信号とシステムＩ

「信号とシステム」は工学におけるシステム，特に情報通信システムや信号処理システムを理解し，解析し，設計する際に必要となる知識や基礎技術を身に付けるための科目です．システムを開発するためには，信号やシステムの形態及び機能をモデル化する（単純化する）ことが必要で，それによってシステムの動作を解析しやすくします．実学的な物理学が虚学である数学の助けによって発展してきたように，実学である工学もまた数学の力が必要です．今まで数学が何の役に立つのかわからないと思っていた人も，この科目を通してその有効性を十分認識できることと思います．

第 1 章　信号の形態

信号，特に電気信号は情報を表現し伝えるための物理的な実体として使われています．例えば，音声は異なる周波数と振幅を持つ多数の正弦波を合成した電気信号として表わされます．また，通信システムを用いて情報を伝えるために，電気信号を情報源から得られたそのままの形ではなく，伝送媒体に適した形態に整形するのが一般的です．従って，信号の形態や特徴を理解しておくことが必要です．

Check-1　代表的な信号波形（教科書の表 1.1）を表現する関数形を理解し，使いこなせるか．

信号は時間を変数とする関数で，時間が連続変数か離散変数かにより，連続／離散信号に分類されます．

Check-2　周期信号と非周期信号の違いを理解しているか．また，周期信号の周期を求めることができるか．

Check-3　信号の電力とエネルギーの違いを理解しているか．また，電力／エネルギーを求めることができるか．

Check-4　デルタ関数による信号の表現を理解しているか．また，これと関連する畳み込み積分，畳み込み和の概念と使い方を十分に理解し，使いこなせるか．

（この壁を乗り越えておかないと第 2 章以降も苦労することになる．）

信号の操作と表現は第 1 章の中心的テーマです．特に，デルタ関数による信号の表現では，任意の信号は基本的な信号であるデルタ関数の線形結合によって表わされる（分解できる）ことを述べています．数学的に言えば，任意の信号はデルタ関数との畳み込み積分，畳み込み和で表現できます．

複雑な事象も単純な事象に分解して考える，工学的態度に合致していますね．

Check-5　自己相関関数，相互相関関数，相関係数などの定義や性質を理解しているか．

時間の関係で飛ばすかもしれませんが，信号の相関は信号間の類似性をみる高度な概念で，信号を検出する際に使われます．

第 2 章　システムの形態

システムはある信号を別の信号に変換する実体です．システムには色々な形態がありますが，特に，線形でかつ時不変なシステムは現実の多くのシステムを近似でき，解析・設計する数学的手法も確立されています．システムに関する諸概念や数学的手法を理解し，使いこなせることが求められます．

Check-1　線形性の意味を理解しているか．線形システムと非線形システムを区別できること．

Check-2　時不変システムの意味を理解しているか．　時変システムとの区別ができること．

Check-3　無記憶／記憶システム，因果的／非因果的システムの概念や相違を理解しているか．

Check-4 線形・時不変システムの応答は，入力信号とシステムのインパルス応答との畳み込み演算（畳み込み積分，畳み込み和）で与えられることを理解しているか．また，実際に応答を求めることができるか．

これを理解することが最大のポイントです．単なる知識として記憶するのではなく，何故そうなのか，じっくりと腰を落ち着けて考えることが大切です．また，第 1 章の畳み込み積分が早速使われることになりますが，応答計算に慣れることが必要です．

Check-5 複数のサブシステムから成るシステムのインパルス応答はいかにして求められるか，理解し実行できるか．

現実のシステムは基本的なシステム（サブシステム）が結合したものと考えられます．1 つのシステムを複数のサブシステムに分解する，あるいはその逆に複数のサブシステムを結合して 1 つの等価システムに変換することは，システムを解析・設計する際つねに行っている手法です．（ここでは，時間領域からの求め方，すなわち畳み込み積分によっています．後の章では周波数領域からの求め方も示しています．）

第 3 章 フーリエ級数

フーリエ級数は，信号，特に周期信号の性質を周波数領域から調べるための数学的な道具です．第 1,2 章では信号を時間領域から眺め，それをデルタ関数の線形結合で表現しました．一見複雑な信号でも基本的な信号の線形結合で表わされること（分解できること），またその結果，システムの応答も簡単に求められることを学びました．ここでは，その手法を周波数領域でも用いてみようということです．一般的な信号に対する時間領域での基本信号はデルタ関数ですが，特別に，周期信号に対する基本信号は正弦波です．従って，周期信号に対する周波数領域での基本信号を正弦波とその高調波とすることが可能です．この観点から，周期信号を基本となる正弦波（基本波）とその高調波の線形結合で表わし，これをフーリエ級数表現と呼びます．また，フーリエ級数を構成する基本波や高調波の係数がフーリエ係数と呼ばれるスペクトル成分で，基本周波数の整数倍の位置に線スペクトルとして現れます．

Check-1 三角関数による周期信号 $g(t)$ のフーリエ級数表現を示すことができるか．また，フーリエ係数を $g(t)$ から求めることができるか．

Check-2 基本信号を複素指数関数 $exp(j2\pi f_0 t)$ とする複素フーリエ級数表現を示すことができるか．また，複素フーリエ係数を $g(t)$ から求めることができるか．

（三角関数表現よりも複素指数関数表現の方が有用性は高いように思われます．）

Check-3 振幅スペクトル，位相スペクトルの定義，性質，及び意味を理解しているか．

Check-4 線形・時不変システムの応答を周波数領域から考察し，求めることができるか．

（次章以降フーリエ変換，ラプラス変換での主要テーマです．時間領域での考え方と同様に，システムへの入力信号を簡単な信号に分解し---ここではフーリエ級数の各項で表わされるスペクトル成分---それぞれの信号の応答を線形加算して入力信号の応答を得る典型的な工学手法です．よく味わってください．）

第 4 章 フーリエ変換

フーリエ変換は，フーリエ級数での周期信号という制約を取り払い，孤立波のような非周期信号の取り扱いを可能とした信号解析の道具です．フーリエ級数では，離散的な（しかし，無限個の）フーリエ係数により信号のスペクトル成分を表わしましたが，フーリエ変換は連続的な（隙間のない）フーリエスペクトルにより信号を表現しま

す．非周期信号は周期が無限大（基本周波数は無限小）の周期信号とみなせます．これより，フーリエ変換はフーリエ級数の極限として，そのスペクトルは無限小の間隔で，すなわち連続的に得られることが理解できます．

フーリエ変換は，信号を周波数領域において解析するうえで重要な役割を演じており，確実に身に付けておくべき技術の一つといえます．

Check-1 フーリエ変換，逆フーリエ変換の定義式を示すことができるか．

Check-2 基本的な信号のフーリエ変換を導くことができるか．また，逆にフーリエスペクトルから元の時間信号を求めることができるか．（表 4.1）

Check-3 フーリエ変換の持つ様々な性質を理解し，使いこなせるか．（表 4.2）

信号の形態を物理的に理解するために，あるいは計算を簡単にするために有効な知識が身に付きます．ゲームでの裏技を覚えることに相当するでしょうか．

Check-4 線形・時不変システムの応答は，入力信号のフーリエスペクトルとシステムの伝達関数との積で与えられることを理解しているか．（伝達関数は厳密には周波数応答と呼ばれ，インパルス応答のフーリエ変換である）

システムの応答を求める際に，時間領域では畳み込み積分という煩わしい演算を必要としたが，周波数領域では積という簡単な演算に置き換えることができます．

Check-5 デルタ関数という特別な関数を用いることにより，周期関数でもフーリエ変換が可能となることを理解しているか．

第 5 章 ラプラス変換

フーリエ変換がフーリエ級数を拡張した概念であったように，ラプラス変換はフーリエ変換を拡張した概念であり，実際のシステムを解析するための有効な道具です．ラプラス変換の変数は複素周波数 s $(=\sigma+j\omega)$で，フーリエ変換の変数は複素平面の虚軸$(j\omega)$上の実周波数 f です．また，それぞれの固有関数は $exp(st)$と $exp(j2\pi ft)$です．これをシステムの応答という観点から見ると，フーリエ変換は応答を振幅が一定の正弦波（の和）のみで表わしているのに対し，ラプラス変換は更に振幅が指数関数的に変化する正弦波で表わすこともできるといえます．この拡張された能力により，定常応答だけでなく過渡応答も表わすことができます．従って，ラプラス変換は，制御システムの過渡応答解析や微分方程式の解法などに使われています．

Check-1 ラプラス変換の定義式を示すことができるか．また，収束領域の意味を理解しているか．

Check-2 基本的な信号のラプラス変換を導くことができるか．（表 5.1）

Check-3 ラプラス変換の持つ様々な性質を理解し，使いこなせるか．（表 5.2）

Check-4 長除算や部分分数展開を用いた逆ラプラス変換を実行できるか．

Check-5 システムの伝達関数からシステムの安定性を評価できるか．

Check-6 複数のサブシステムからなるシステムの伝達関数を求め，それを用いて周波数領域から時間応答を求めることができるか．