

土木基礎力学

工学博士 笠井 哲郎
Ph.D. 島崎 洋治
工学博士 Ph.D. 中村 俊一 共著
博士 (工学) 三神 厚

コロナ社

まえがき

晴れて土木工学科に入学し、数学や物理学から解放されたと思っている大学1年生は少なくないようである。しかし実際には、土木工学科の専門課程では、「構造の力学」、「水の力学」、「土の力学」のような力学系の専門科目を習う際、数学や物理学（力学）がたびたび登場する。そして、それらに圧倒され、場合によってはつまずいてしまうことも少なくない。そのような場合には、高校の教科書に立ち返って勉強する必要があるのだが、教科書のどこを見たらよいかわからず五里霧中をさまよってしまう場合もある。もしここで諦めてしまったら、専門課程の勉強にはついていけず、土木工学の力学系科目を毛嫌いしてしまうことになる。

本書は、大学の土木工学科で必要な力学を初めて学ぶ学生（おもに1年生）がつまずかないよう、高校の数学や物理学（力学）の復習を多く取り込んだ入門書で、東海大学や他大学で長年にわたり材料力学や構造力学の教育に携わってきた4名の教員によって執筆されたものである。例えば、 \sin , \cos のような三角関数の知識は土木の力学系科目では頻繁に登場するのだが、本書では土木基礎力学の学習で必要となる箇所の説明を加えている。これによって、多くの学生は高校の教科書までさかのぼらなくてもよいようにした。しかし、もし根本的に理解ができていない場合には、その数学や力学の内容に関して、高校の教科書や参考書に立ち返って、しっかり学習し直してほしい。

「構造の力学」、「水の力学」、「土の力学」などの本格的な土木力学は、多くの土木課程で2年次あるいは3年次に学習することになる。本書では、それら土木分野に共通する力学的な内容の基礎部分を横断的に網羅するとともに、難

易度の高い問題は割愛し，典型的な問題を例題として採用し，できるだけ丁寧に解説している。これによって，大学で土木工学を専攻した初学者がつまづくことなく，その先の専門基礎科目へとスムーズに進めるようにした。もし専門課程でつまずいたら，また本書に戻って復習してほしい。

本書を上梓するにあたって，5章については東海大学工学部土木工学科の寺田一美准教授に原稿をチェックしていただきました。また，コロナ社の関係各位にはたいへんお世話になりました。この場を借りて深く感謝いたします。

2018年2月

著者一同

執筆分担

笠井 哲郎	2章
島崎 洋治	4章
中村 俊一	3章
三神 厚	1, 5章

目 次

1. 力とモーメント

1.1 力 と は	1
1.1.1 力 と は	1
1.1.2 力 の 種 類	2
1.1.3 力 の 表 現 法	2
1.1.4 力 の 単 位	3
1.1.5 力 の作用線の法則	3
1.2 力の合成と分解	4
1.2.1 ベクトル演算	4
1.2.2 力 の 合 成	5
1.2.3 力 の 分 解	6
1.3 モーメント	7
1.3.1 シーソーのつり合い	8
1.3.2 モーメントの概念	8
1.3.3 モーメントの図示法	9
1.4 力のつり合い	9
1.4.1 2力のつり合い	10
1.4.2 3力のつり合い	10
1.4.3 力 の 三 角 形	11
1.4.4 1点で交わる力のつり合い (多数の力がある場合)	11
1.4.5 1点で交わらない力のつり合い	12
1.5 剛体のつり合い	12
1.5.1 剛 体 と 質 点	12
1.5.2 力のモーメント	13

1.5.3	モーメントのつり合い	13
1.5.4	偶 力	14
1.5.5	剛体のつり合い	14
1.6	分布荷重を集中荷重へ置換え	15
1.7	力と変位の関係から、応力とひずみの関係へ	16
1.7.1	断面積が異なる場合（長さは同じ）	17
1.7.2	部材の長さが異なる場合（断面積は同じ）	18
1.7.3	フックの法則	18
章 末 問 題		19

2. 構造材料の種類と特性

2.1	構造材料の役割と重要性	21
2.2	材料の力学的性質	22
2.2.1	応 力	22
2.2.2	ひ ず み	25
2.2.3	応力とひずみの関係	31
2.3	各種部材に生ずる応力と変形	34
2.3.1	引 張 部 材	34
2.3.2	圧 縮 部 材	36
2.3.3	リベット継手	38
2.3.4	温度変化を受ける部材	39
2.4	組 合 せ 応 力	40
2.4.1	単純引張を受ける場合の応力状態	41
2.4.2	2軸方向に垂直応力が同時に作用する場合の応力状態	42
2.4.3	たがいに垂直な2方向のせん断力が作用する場合	43
2.4.4	2軸方向に垂直応力とせん断力が同時に作用する場合	44
2.5	モールの応力円	47
2.5.1	円 の 方 程 式	47
2.5.2	モールの応力円の誘導	48
2.5.3	モールの応力円の描き方	49
章 末 問 題		50

3. 静定トラスの基礎

3.1 静定トラスを理解するために必要な数学や力学	53
3.2 静定トラス構造の概要	58
3.3 支 点 反 力	60
3.4 トラスの解法	62
3.4.1 節 点 法	62
3.4.2 断 面 法	64
章 末 問 題	68

4. 静定ばりの基礎

4.1 静定ばりを理解するために必要な数学や力学	71
4.1.1 微 分	71
4.1.2 積 分	72
4.1.3 微分方程式	72
4.2 静定ばりの概説	73
4.3 支 点 反 力	75
4.4 断 面 力	78
4.5 断面力と荷重の関係	79
4.6 断 面 の 性 質	88
4.6.1 断面1次モーメント	88
4.6.2 断面2次モーメントと曲げ応力	91
4.6.3 軸の移動による断面2次モーメントの変化	92
4.6.4 断面1次モーメントとせん断応力	94
4.7 た わ み	96
4.7.1 曲率の微分方程式	96
4.7.2 たわみの微分方程式	98
4.7.3 モールの定理と共役ばり	101
章 末 問 題	103

5. 静水力学

5.1 静水力学に関する基礎知識	106
5.1.1 圧力とは	106
5.1.2 水の密度と質量, 重量	107
5.2 単位と次元	108
5.2.1 単 位	108
5.2.2 SI 接 頭 語	109
5.2.3 次 元	110
5.3 水の圧縮性	110
5.4 静水圧	111
5.4.1 静水圧の等方性	111
5.4.2 静水圧の大きさ	113
5.5 矩形平面に作用する静水圧	114
5.5.1 静水圧の大きさ	114
5.5.2 全静水圧の作用位置	115
5.6 任意形状の平面に作用する静水圧	117
5.6.1 静水圧の大きさ	118
5.6.2 全静水圧の作用位置	118
5.7 傾斜平面に作用する静水圧	120
5.7.1 静水圧の大きさ	120
5.7.2 全静水圧の作用位置	121
5.8 曲面に作用する静水圧	123
章 末 問 題	125
付 録	127
引用・参考文献	128
章末問題の解答	129
索 引	148

— 1 —

力とモーメント

土木構造物にはさまざまな力 (force) がはたらく。例えば、橋には自動車の荷重 (load) が作用するし、ダムなら水圧が作用する。加えて、構造物自身の重さ (自重 (own weight)) というのも支えなくてはならない。日本は地震国なので地震による力もたびたび作用するし、台風などによる強風によっても構造物に力が作用することになる。土木構造物は、このようなさまざまな力に耐えなければならない。そのため、力について理解することはたいへん重要である。

本章では、力とは何かについて、その表現法や単位、分類から始め、その合成や分解、さらに、力のつり合い (equilibrium of forces) へと説明を進めていき、力のモーメント (moment of force) についても説明する。

なお、本章では、高校物理の参考書¹⁾を参考にして、高校物理 (力学) から大学の土木工学課程の力学へスムーズに移行できるような説明を心がけた。

1.1 力 と は

1.1.1 力 と は

高校物理の参考書¹⁾によると、力 (force) とは、① 物体を変形させるもの (図 1.1)、② 速度を変化させるもの (重力、バットによる打撃) とある。本書

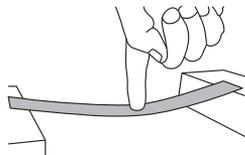


図 1.1 力のイメージ

2 1. 力とモーメント

では、静止した物体に作用する力のつり合いを学問対象とする静力学 (statics) について学ぶ。

力そのものは目に見えない。目に見えるのは、力が作用した結果で、物体が変形している様子を見て、力が作用していることをうかがい知るのである。力の作用の仕方については、接触するほかの物体から接触面に直接に力を受ける場合や、例えば、重力のように非接触で力を受ける場合もある。

1.1.2 力の種類

土木構造物には、ある1点に「集中」して作用するとみなせる荷重もあれば、雪による荷重、あるいは自重のように「分布」して作用する荷重もある (図 1.2)。前者は**集中荷重** (concentrated load) と呼ばれ、1本の矢印で表される。後者は**分布荷重** (distributed load) として矢印の集合体で表される。まずここでは、いろいろな力の基礎となる集中荷重について説明していく。

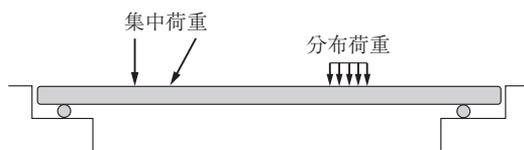


図 1.2 集中荷重と分布荷重

1.1.3 力の表現法

土木工学分野では、通常、力の「大きさ」と「向き」を矢印で表現する (図 1.3)。矢印の大きさ (長さ) が力の大きさ、矢印の向きが力の向きである。そ

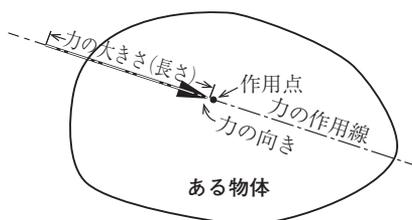


図 1.3 力の3要素

の矢印の大きさ、方向と向き、作用位置を変えることでさまざまな力を表現することができ、これらを**力の3要素**という。矢印で与えられた力は**ベクトル** (vector) と呼ばれ、その演算はベクトル演算の方法に従う。1.2 節では、ベクトル演算の基礎を復習する。

1.1.4 力の単位

力の単位はN (ニュートン) で表される。1 Nとは、1 kgの質量に1 (m/s²) の加速度が作用するときの力である。すなわち

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \times 1 \text{ m/s}^2$$

である。しかし、1 m/s²の加速度がどのようなものが直感しづらい。そこで、重力で考えると、重力加速度 g は、 $1 g \doteq 9.806 65 \text{ m/s}^2$ であるから、おおむね102 gの物体の重さが1 Nである ($0.102 \text{ kg} \times 9.806 65 \text{ m/s}^2 \doteq 1.00 \text{ N}$)。われわれがよく手にする500 ccのペットボトルの水は、(容器の重さを無視して) ほぼ5 Nということになる。

より大きい荷重を扱う場合には、例えば、kN (キロニュートン) のような単位が用いられることもある。ここでkはキロのことで1000を意味するから、1 kNは1000 Nのことである。

なお、力の単位として、ダイン (dyne, 単位記号は dyn) が用いられることもある。1 ダインは

$$1 \text{ dyn} = 1 \text{ g} \times 1 \text{ cm/s}^2 = 1 \text{ g} \cdot \text{cm/s}^2$$

である。

1.1.5 力の作用線の法則

力が作用する位置を**作用点**という。作用点を通り力が作用する方向にひいた線を**作用線**という (図 1.3 参照)。ある物体に作用する力は、その力の作用点を作用線上のどこに移動しても、そのはたらきは変わらない。これを**力の作用線の法則**という。

1.2 力の合成と分解

1.2.1 ベクトル演算

図 1.4 (a) において、ベクトル \vec{a} とベクトル \vec{b} の和を計算するには、ベクトル \vec{b} を破線の位置に平行移動してベクトル \vec{a} の終点とベクトル \vec{b} の始点をつなげればよい。このとき、 \vec{a} の始点と \vec{b} の終点を結んでできたベクトル \vec{c} が \vec{a} と \vec{b} の和である。すなわち

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} \quad (1.1)$$

である。もし、各ベクトルの成分が与えられている場合には、 x 成分、 y 成分どうしを足せばよい。すなわち、 $\vec{a} = (a_1, a_2)$ 、 $\vec{b} = (b_1, b_2)$ なら

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1, a_2 + b_2) \quad (1.2)$$

である。大きさが等しく、向きが反対の2つのベクトルの和はゼロベクトルとなる (図 (b))。すなわち

$$\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0} \quad (1.3)$$

であり、成分で表現すると、次式となる。

$$\vec{a} + (-\vec{a}) = (a_1, a_2) + (-a_1, -a_2) = (0, 0)$$

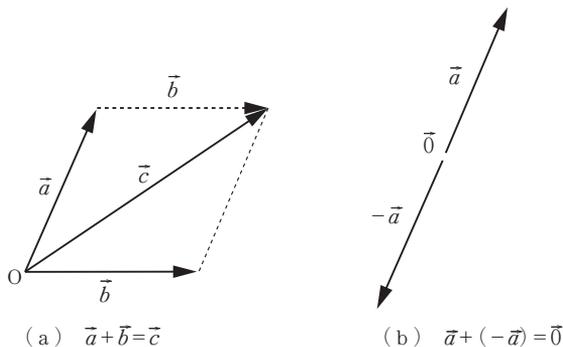


図 1.4 ベクトルの和

1.2.2 力の合成

力の合成の仕方には2種類の方法がある。1つは、**平行四辺形の法則**である(図1.5(a))。この方法では、ベクトル \vec{a} とベクトル \vec{b} を2辺として平行四辺形を描いたとき、その対角線の大きさと向きが合成した結果となる。

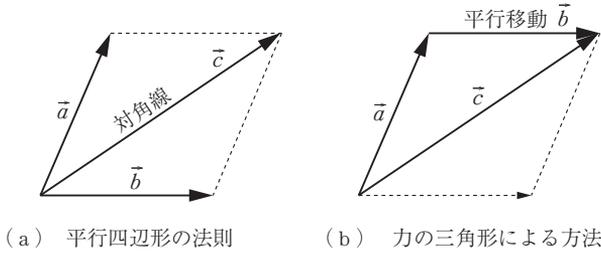


図1.5 力の合成の方法： $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$

もう1つは、**ベクトルの加法(足し算)**に従う方法である。図(b)のように、 \vec{b} の始点を \vec{a} の終点に平行移動したとき、 \vec{a} の始点と \vec{b} の終点を結ぶベクトル \vec{c} が合成結果である(**力の三角形による方法**)。

解析的に(数式を使って)解く方法もある。2力の合成を求めるには、図1.6において

$$\begin{aligned} c^2 &= (b + a \cos \theta)^2 + (a \sin \theta)^2 \\ &= b^2 + a^2(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) + 2ab \cos \theta \\ &= a^2 + b^2 + 2ab \cos \theta \end{aligned}$$

となる。ゆえに

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \theta} \tag{1.4}$$

である。ただし、 $a = |\vec{a}|$, $b = |\vec{b}|$, $c = |\vec{c}|$ としている。合成結果が水平軸となす角度 φ は、次式ようになる。

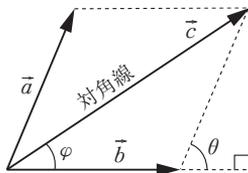


図1.6 力の合成： $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$

— 著者略歴 —

笠井 哲郎 (かさい てつろう)

1982年 防衛大学校理工学専攻土木工学科卒業
1990年 広島大学大学院工学研究科博士後期課程修了 (構造工学専攻)
工学博士
1991年 小野田セメント (現, 太平洋セメント) 株式会社
1994年 東海大学講師
1997年 東海大学助教授
2004年 東海大学教授
現在に至る

中村 俊一 (なかむら しゅんいち)

1974年 京都大学工学部交通土木工学科卒業
1976年 京都大学大学院工学研究科修士課程修了 (交通土木工学専攻)
1976年 新日本製鐵株式会社
1986年 ロンドン大学インペリアルカレッジ博士課程修了 (土木工学専攻), Ph.D.
1997年 東海大学教授
2016年 東海大学特任教授
現在に至る

島崎 洋治 (しまざき ようじ)

1971年 東海大学工学部土木工学科卒業
1980年 コロラド州立大学大学院博士課程修了 (土木工学専攻), Ph.D.
1987年 工学博士 (東北大学)
1993年 東海大学教授
2014年 東海大学特任教授
2016年 東海大学非常勤講師
現在に至る

三神 厚 (みかみ あつし)

1991年 山梨大学工学部土木工学科卒業
1993年 東京大学大学院工学系研究科修士課程修了 (土木工学専攻)
1994年 東京大学大学院工学系研究科博士課程中途退学 (土木工学専攻)
1994年 東京大学助手
1998年 博士 (工学) (東京大学)
1999年 徳島大学助手
2005年 カリフォルニア大学ロサンゼルス校滞
~06年 在研究員 (兼任)
2007年 徳島大学大学院准教授
2016年 東海大学教授
現在に至る

土木基礎力学

Basic Mechanics for Civil Engineering

© Tetsuro Kasai, Yoji Shimazaki, Shunichi Nakamura, Atsushi Mikami 2018

2018年4月6日 初版第1刷発行



検印省略

著者	笠井哲郎
	島崎洋治
	中村俊一
	三神厚
発行者	株式会社 コロナ社
	代表者 牛来真也
印刷所	新日本印刷株式会社
製本所	有限会社 愛千製本所

112-0011 東京都文京区千石 4-46-10
発行所 株式会社 コロナ社
CORONA PUBLISHING CO., LTD.
Tokyo Japan

振替 00140-8-14844 ・ 電話 (03)3941-3131 (代)
ホームページ <http://www.coronasha.co.jp>

ISBN 978-4-339-05255-8 C3051 Printed in Japan

(大井)



JCOPY <出版者著作権管理機構 委託出版物>

本書の無断複製は著作権法上での例外を除き禁じられています。複製される場合は、そのつど事前に、出版者著作権管理機構（電話 03-3513-6969, FAX 03-3513-6979, e-mail: info@jcopy.or.jp）の許諾を得てください。

本書のコピー、スキャン、デジタル化等の無断複製・転載は著作権法上での例外を除き禁じられています。購入者以外の第三者による本書の電子データ化及び電子書籍化は、いかなる場合も認めていません。落丁・乱丁はお取替えいたします。