はしがき

信号処理技術の発達により，伝送回路はアナログ通信からディジタル通信にわたり多様な形態で使用されている．大学の専門課程における1ないし2単位の講義で，これらを網羅するのは到底不可能なことである．単なる知識の修得ではなく，将来関連分野での仕事において，自ら考え応用する力を身につけることが学習の目的であるとするならば，むしろ典型的な回路のモデルに限定して，基礎的概念を把握し，工学の本質である合成（synthesis）に関する基本的な考え方を体得するほうが本筋であると思われる．古くさいようであるが，いわゆる回路網理論は，体系的にも一応まとまっており，上述の目的にかなったものであることに異論はないであろう．

本書では，大学の教養課程において修得される程度の数学的知識を予想して，時間的に不変な線形回路の基礎的取り扱いから，フィルタおよび等化器の設計理論にいたる回路合成論の骨組みを示すことを主眼としている．叙述については，多くの例題を設け，基礎的概念の説明および論理の展開にできるだけ曖昧さがないように努力したつもりである．

本書の内容は，初学者にとっても自習が可能であるように，self-contained なものとした．このため紙数が本文について190ページ近くなったが，教科書として用いる場合は，学習の進度に応じて，適宜に取捨し短縮することができる．たとえば，交流回路理論の履習を終わった段階では，第*4*章の途中(p. *60*)あるいは第*5*章(p. *74*)から始めればよい．第*8*章のうち，*8.4*節以降(p. *131*～*140*)は，最近の結果をとり入れた advanced course 向きの内容であって，学部の講義では削除すべきであろう．また，第*11*章のうち*11.4.4*項以降(p. *171*～*177*)および第*12*章(p. *180*～*184*)は，適宜に取捨してもさしさわりない．以上により，大学高学年向きの1ないし2学期，あるいは大学院修士課程における教科書として適当な内容となるであろう．

本書を草するにあたり，九州大学大野克郎教授の回路合成に関する透徹した考え方に裨益を蒙ったことを記し，深甚の謝意を表したい．また，本著述は東京工業大学岸源也教授のおすすめによるものである．この機会に謝意を表したい．なお，本書の刊行に際し，コロナ社の皆様，特に編集担当の阿部悠治氏には終始ご尽力をいただいた．ここに感謝の微意を表したい．本書は，公務繁忙のさなかに，浅学をも顧みずに執筆したため，著者の思わぬ独断やいたらないところが多々あるかと思われる．ご寛恕を賜われば幸いである．

1978 年 4 月

古 賀 利 郎

本書で用いられている単位，用語等に関する注意

i）物理量を表す単位系として国際単位系(SI)を用いた．本書に関しては，従来の MKS 単位系とほとんど同じで，例外として p. *111* における磁束密度 B〔T〕（テスラ，〔Wb/m²〕），力〔N〕（ニュートン，〔kg m/s²〕）に注意すればよい．なお，抵抗〔Ω〕の逆数はコンダクタンス〔S〕（ジーメンス，〔℧〕）である．

ii）回路に関する用語は，現在でも完全には確定していないが，一応学術用語集（電気工学編）あるいは学会での慣用に従った．最近，1端子対網，2端子対網，n 端子対網をそれぞれ簡単に1ポート，2ポート，n ポートと呼ぶ例もある．なお，p. *43* の“双対”の発音は“そうつい”である．

iii）欧米人名は片仮名でだいたい慣用に従って表しているが，学会でも必ずしも統一されていない．たとえば，Brune をブルーネ，Tellegen（オランダ）をテレゲンと書く著者もある．

iv）駆動点インピーダンス（アドミタンス）および開放インピーダンス（アドミタンス）行列の元素を表すのに，第*3*章ではそれぞれアルファベット小文字 $z_i(y_i)$ および $z_{ik}(y_{ik})$ などを用いているが，第*4*章以降では，紛れるおそれがないので，それぞれ大文字 $Z_i(Y_i)$ および $Z_{ik}(Y_{ik})$ などを用いた．

v）ベクトル，行列，関数を表すのに種類の異なる多くの文字を当てているが，ギリシア小文字 γ（ガンマ），ξ（グザイ），η（エータ），φ（ファイ），ϕ（プサイ），ν（ニュー）およびギリシア大文字 Γ（ガンマ），Ω（オメガ）を幾つかの箇所で使用している．

目　　次

1　時間的に不変な線形回路の一般的取り扱い

2　電　気　回　路

3 電気回路の基本的性質

4 回路網の諸表現

5　イミタンスおよび反射係数の性質

6　リアクタンス１端子対網および２種素子１端子対網の合成

7 リアクタンス2端子対網の合成

8 受動1端子対網および リアクタンス2端子対網の縦続形合成

11 リアクタンスフィルタの設計概論

12 減衰および位相等化器の設計概論

1

時間的に不変な線形回路の一般的取り扱い

時間的に不変な素子を用いて組み立てられた回路について，状態を表す物理量の間に線形関係が存在するとき，励振とそれに対する回路の応答との関係について述べる．特に，正弦波交流励振に対する回路の定常的応答を求めるいわゆる交流回路の計算の原理を明らかにし，インピーダンスやアドミタンスが普遍的な概念であることに触れ，複素周波数領域における回路の取り扱いの基礎を与える．

1.1 線形回路における励振と応答

一つの回路があって**暗箱**（black box）に納められているとしよう．暗箱には入力および出力端子があって，入力端子より励振することができ，励振に対する回路の応答は出力端子において観測できるとする．上記の関係は，図 *1.1* のように概念的な図で表される．図中の矢印は入力と出力とを明示するためのものである．

暗箱の中身に関する知識は，励振と応答との関係を調べることにより得られる．励振と応答は時間 t の関数で，それぞれを $f(t)$, $g(t)$ あるいは f, g で表す．f と g とは原因と結果との関係にあり，いわゆる**因果関係**（causality）を満たす．すなわち，時間的に励振より先に応答が現れることはない．

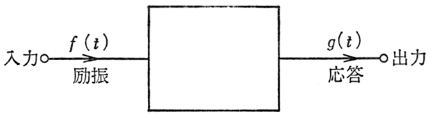

図 *1.1*　暗　箱

与えられた回路について，物理的に可能な励振 f を考え，f が

$$t < t_0 \quad \text{において} \quad f = 0 \tag{1.1}$$

であるとき，回路の応答が

$$t < t_0 \quad \text{において} \quad g = 0 \tag{1.2}$$

であるとする．このことを，便宜上，回路は $t < t_0$ において静止状態にあるという．上の条件のもとで，$t > t_0$ において，励振 $f(t) \neq 0$ に対し，応答 $g(t)$ は回路の物理的作用によって一意に定まるとする．このことを記号的に

$$g(t) = \boldsymbol{L} f(t) \tag{1.3}$$

と表すことができる．$\boldsymbol{L}$ は上記の物理的作用を表す**作用素**（operator）である．数学的には，式（*1.3*）は初期条件（*1.1*），（*1.2*）のもとで，$g(t)$ を未知関数とする回路の方程式の解が，$f(t)$ に対して一意に定まることを表し，$\boldsymbol{L}$ は方程式を解く操作を表す演算子であると解釈される．

例題　***1.1***　励振 f に対する回路の応答 g が，方程式

$$m \frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}t} = f$$

に従うとすると，初期条件（*1.1*），（*1.2*）のもとで，g は

$$g(t) = \frac{1}{m} \int_{t_0}^{t} f(t) \mathrm{d}t$$

となる．この場合，式（*1.3*）の作用素 $\boldsymbol{L}$ は，積分演算子

$$\boldsymbol{L} = \frac{1}{m} \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}t$$

を表す．

次に，時間的に不変な線形回路を特徴づける作用素 $\boldsymbol{L}$ の性質について述べる．

〔*1*〕　**線　形　性**　　$\boldsymbol{L}$ が次の条件を満たすとき，**線形作用素**（linear operator）という．

ⅰ）　任意の定数 α に対して

$$\boldsymbol{L}\alpha f=\alpha\boldsymbol{L}f \tag{1.4}$$

ⅱ）　$\boldsymbol{L}(f_1+f_2)=\boldsymbol{L}f_1+\boldsymbol{L}f_2$　　(1.5)

ⅱ）を**重ね合せの理**（principle of superposition）という．ⅱ）は，励振に関する加算と作用素 $\boldsymbol{L}$ で表される演算との順序が交換可能であることを意味する．

〔2〕　**時間的不変性**　　条件 (1.1)，(1.2) のもとで

$$\boldsymbol{L}f(t)=g(t) \tag{1.6}$$

であるとき，任意の $\tau>0$ に対して

$$\boldsymbol{L}f(t-\tau)=g(t-\tau) \tag{1.7}$$

が成り立つならば，回路は**時間的に不変**（time-invariant）であるといわれる．換言すれば，式 (1.7) は，初期時刻を任意にずらして同じ励振を行うとき，回路が同じに応答することを意味する．

〔3〕　**安　定　性**　　任意の励振 f について

$$t_0\leqq t<t_1 \quad \text{に対して} \quad f\neq 0 \tag{1.8}$$

$$t_1\leqq t \quad \text{に対して} \quad f=0 \tag{1.9}$$

であるとする．このとき，$t\geqq t_1$ に対する応答は，一般に $g=\boldsymbol{L}f\neq 0$ であるが

$$t\to\infty \quad \text{に対し} \quad |g|\to 0 \tag{1.10}$$

を満たすとき，回路は安定（stable）であるという．励振が0であるとき，非零の応答を，**自由振動**（free oscillation）と呼んでいる．

1.2　正弦波交流励振に対する定常的応答

本節では，時間的に不変な線形回路が周期 T の正弦波交流

$$f(t)=\sqrt{2}\,|F|\sin(\omega t+\varphi) \quad (\omega=2\pi/T) \tag{1.11}$$

によって励振される場合について，回路の応答を調べる．上式の右辺の係数

$\sqrt{2}$は，後述するように，$|F|$ が $f(t)$ の実効値に等しくなるように，便宜上付け加えられたものである．以下，断わらない限り，回路は時間的に不変な線形回路であるとする．

オイラーの公式

$$e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta \tag{1.12}$$

を用いると

$$\sin\theta = \frac{1}{2j}(e^{j\theta} - e^{-j\theta}) = \mathrm{Im}\, e^{j\theta} \tag{1.13 a}$$

$$\cos\theta = \frac{1}{2}(e^{j\theta} + e^{-j\theta}) = \mathrm{Re}\, e^{j\theta} = \mathrm{Im}\, e^{j\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)} \tag{1.13 b}$$

と書ける．ここで，Im，Re はそれぞれ複素数の虚部および実部

$$\mathrm{Im}\, A = \frac{1}{2j}(A - A^*), \qquad \mathrm{Re}\, A = \frac{1}{2}(A + A^*) \tag{1.14}$$

を表し，一種の線形演算子であると考えられる．ただし，肩付き符号 * は複素共役を意味する．

式 (1.12)，(1.13 a) を用いると，式 (1.11) は，簡単に

$$f(t) = \sqrt{2}\,\mathrm{Im}\, F e^{j\omega t} \tag{1.15}$$

と書ける．ここで

$$F = |F| e^{j\varphi} \tag{1.16}$$

と置き，Fを式 (1.11) の**複素表示** (complex representation) あるいは**フェーザ表示** (phasor representation) という．用語“フェーザ”は複素平面上のベクトルを物理的な (実)ベクトルと区別するためのものである．

次に，励振 (1.11) に対する回路の応答を求める．式 (1.14) に関して述べた Im の性質と $\boldsymbol{L}$ の線形性により，Im と $\boldsymbol{L}$ との演算の順序は交換できるので

$$\begin{aligned} g(t) &= \boldsymbol{L} f(t) \\ &= \boldsymbol{L}(\sqrt{2}\,\mathrm{Im}\, F e^{j\omega t}) \\ &= \sqrt{2}\,\mathrm{Im}\,(F \boldsymbol{L}\, e^{j\omega t}) \end{aligned} \tag{1.17}$$

と書ける．ここで，式 (1.4)，(1.5) ははじめ実数について定義された演算であったが，複素数についてもそのまま拡張できることに注意しよう．

$$\boldsymbol{L}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}=g_1(t) \tag{1.18}$$

と書くと，g_1 は角周波数 ω の複素交流励振 $\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}$ に対する拡張された応答を意味する．物理的には，$\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}$ および式 (*1.18*) の虚部が，それぞれ現実の正弦波交流励振および応答を表すと解釈すればよい．

次に，回路は安定であるとする．初期時刻を $t_0=-\infty$ と考えれば，任意の有限の時刻 t における応答 (*1.18*) は一意に定まる．式 (*1.18*) について，式 (*1.6*)，(*1.7*) の関係があてはまるので，任意の t, τ に対して

$$\begin{aligned} g_1(t-\tau) &= \boldsymbol{L}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega(t-\tau)} \\ &= \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega\tau}\boldsymbol{L}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}=g_1(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega\tau} \end{aligned} \tag{1.19}$$

が成り立つ．上式において $t=\tau$ と置くことにより

$$g_1(\tau)=H\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega\tau} \quad (H=g_1(0)) \tag{1.20}$$

あるいは

$$\boldsymbol{L}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}=H\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t} \tag{1.21}$$

が得られる．

式 (*1.21*) を式 (*1.17*) に入れることにより，励振 (*1.11*) に対する回路の応答は，$t>-\infty$ に対して

$$\begin{aligned} g(t) &= \boldsymbol{L}f(t) \\ &= \sqrt{2}\,\mathrm{Im}\,(HF\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}) \qquad (1.22\,a) \\ &= \sqrt{2}\,|H||F|\sin(\omega t+\varphi+\theta) \qquad (1.22\,b) \end{aligned}$$

で与えられる．ここで

$$\theta=\arg H \quad (H\text{ の偏角 (argument)}) \tag{1.23}$$

と置いた．式 (*1.22 a*)，(*1.22 b*) は，正弦波交流励振 (*1.11*) に対する回路の応答 $g(t)$ が定常的正弦波交流であり，$g(t)$ の複素表示が

$$G=HF \tag{1.24}$$

で与えられることを意味する．式 (*1.15*) に関して説明したことと，式 (*1.21*) により，H は角周波数 ω の正弦波励振 $\sqrt{2}\sin\omega t$ に対する回路の応答の複素表示を意味している．H は一般に $\mathrm{j}\omega$ の関数であって，**伝達関数** (transfer function）と呼ばれる．

上述においては，回路の安定性を仮定して式（*1.22b*）を導いたが，回路が安定でない場合でも，いわゆる初期条件の与え方によって，自由振動には任意性があるので，自由振動がないと仮定したときの回路の応答，すなわち純然たる**強制振動**（forced oscillation）を式（*1.22a*），（*1.22b*）の形で求めることができる．

以上を要約すれば，角周波数 ω をもつ任意の正弦波交流励振

$$f(t)=\sqrt{2}\,|F|\sin(\omega t+\varphi)\qquad(t>-\infty)\tag{1.25}$$

に対する時間的に不変な線形回路の定常的応答（強制振動項）$g(t)$ を求めることは，回路の伝達関数 $H(\mathrm{j}\omega)$ を求めることに帰せられる．すなわち，$H(\mathrm{j}\omega)$ が既知であれば，$g(t)$ の複素表示 G は，$f(t)$ の複素表示 $F=|F|\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi}$ を用いて

$$G=HF\tag{1.26}$$

で与えられ，$g(t)$ は，$t>-\infty$ に対して

$$\begin{aligned}g(t)&=\sqrt{2}\ \mathrm{Im}\,G\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}=\sqrt{2}\ \mathrm{Im}\,HF\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\\&=\sqrt{2}\,|H|\,|F|\sin(\omega t+\varphi+\theta)\end{aligned}\tag{1.27}$$

により求められる．ここで

$$\theta=\arg H(\mathrm{j}\omega)\tag{1.28}$$

である．

以上がいわゆる交流回路の計算の原理である．伝達関数 $H(\mathrm{j}\omega)$ を回路について具体的に求めるには，回路の内容に立ち入ることが必要である．このことについては第 *2* 章以降で述べる．広い意味での時間的に不変な線形回路の方程式は必ずしも常微分方程式の形で与えられるとは限らないが，f と g との関係が常微分方程式によって与えられるときは，以下に述べるように $H(\mathrm{j}\omega)$ は容易に求められる．

式（*1.25*）の形の関数 $f(t)$ の複素表示 F の偏角 φ には，$f(t)$ の周期性により

$$\varphi=\arg F+2n\pi\quad(n:\text{整数})$$

索　　　　　引

〔A〕

〔B〕

〔D〕

〔E〕

〔F〕

〔G〕

〔H〕

——著者略歴——

1953 年　九州大学工学部通信工学科卒業
1953〜60 年　富士通株式会社技術部勤務
1966 年　工学博士（九州大学）
1968 年　九州大学教授（工学部情報工学科），現在に至る

伝 送 回 路

Transmission Networks

1978 年 5 月 20 日　初版第 1 刷発行
1992 年 2 月 25 日　初版第 5 刷発行

検印省略

著　者　古賀利郎
福岡市東区水谷 1－30－24
発行者　株式会社　コロナ社
代表者　牛来辰巳
印刷所　大和製版

112　東京都文京区千石 4－46－10
発行所　株式会社　**コロナ社**
CORONA PUBLISHING CO., LTD.
Tokyo Japan
振替 東京 4-14844・電話 (03) 3941－3131（代）

ISBN 4-339-00112-0
Printed in Japan
（清文社印刷，愛千製本所）