

## □□□□□□□□□ 刊行のことは □□□□□□□□□

わが国において、制御工学が学問として形を現してから、50年近くが経過した。その間、産業界でその有用性が証明されるとともに、学界においてはつねに新たな理論の開発がなされてきた。その意味で、すでに成熟期に入っていると同時に、まだ発展期でもある。

これまで、制御工学は、すべての製造業において、製品の精度の改善や高性能化、製造プロセスにおける生産性の向上などのために大きな貢献をしてきた。また、航空機、自動車、列車、船舶などの高速化と安全性の向上および省エネルギーのためにも不可欠であった。最近では、高層ビルや巨大橋梁きょうりょうの建設にも大きな役割を果たしている。将来は、地球温暖化の防止や有害物質の排出規制などの環境問題の解決にも、制御工学はなくてはならないものになるであろう。今後、制御工学は工学のより多くの分野に、いっそう浸透していくと予想される。

このような時代背景から、制御工学はその専門の技術者だけでなく、専門を問わず多くの技術者が習得すべき学問・技術へと広がりつつある。制御工学、特にその中心をなすシステム制御理論は難解であるという声をよく耳にするが、制御工学が広まるためには、非専門のひとにとっても理解しやすく書かれた教科書が必要である。この考えに基づき企画されたのが、本「システム制御工学シリーズ」である。

本シリーズは、レベル0(第1巻)、レベル1(第2～7巻)、レベル2(第8巻以降)の三つのレベルで構成されている。読者対象としては、大学の場合、レベル0は1,2年生程度、レベル1は2,3年生程度、レベル2は制御工学を専門の一つとする学科では3年生から大学院生、制御工学を主要な専門としない学科では4年生から大学院生を想定している。レベル0は、特別な予備知識なしに、制御工学とはなにかが理解できることを意図している。レベル1は、少

し数学的予備知識を必要とし、システム制御理論の基礎の習熟を意図している。レベル2は少し高度な制御理論や各種の制御対象に応じた制御法を述べるもので、専門書的色彩も含んでいるが、平易な説明に努めている。

1990年代におけるコンピュータ環境の大きな変化、すなわちハードウェアの高速化とソフトウェアの使いやすさは、制御工学の世界にも大きな影響を与えた。だれもが容易に高度な理論を実際に用いることができるようになった。そして、数学の解析的な側面が強かったシステム制御理論が、最近では数値計算を強く意識するようになり、性格を変えつつある。本シリーズは、そのような傾向も反映するように、現在、第一線で活躍されており、今後も発展が期待される方々に執筆を依頼した。その方々の新しい感性で書かれた教科書が制御工学へのニーズに応え、制御工学のよりいっそうの社会的貢献に寄与できれば、幸いである。

1998年12月

編集委員長 池田雅夫

## □□□□□□□□□ ま え が き □□□□□□□□□

本書は、多変数システム制御の基本として、制御対象の状態方程式表現に基づく制御系設計法の概要をまとめたものである。その特徴は、フィロソフィ(哲学)から出発して、具体的な理論的成果および制御系設計例までを、一貫したスタイルで記述している点にある。

従来の制御理論の教科書では、それが「理論」であることを重視し、定理を述べてその証明を与えるという記述であることが多い。それに対して本書では、定理・証明のスタイルを採用せず、何を目的に何をするかという「考え方」を重視し、たとえ式を読み飛ばしたとしても、「小説」のように通読でき、制御の本質が理解できる教科書となることを目指した。章立てにおいては、モデリングと制御系設計の例を与えてから、その根拠となる理論を詳しく説明し、最後に再び制御系設計例を紹介することにより、多変数システム制御の枠組みが容易につかめるようにした。

状態方程式表現に基づくアプローチの中核をなす設計法は、最適レギュレータ、状態推定、サーボ系である。本書では、それらについて、基本的な考え方から、実際問題への適用において有用な設計法までをまとめた。特に、最適レギュレータでは、Riccati 方程式の性質から導かれる特徴、評価関数の意味とその選択の考え方、そして時間領域における設計と周波数領域における設計の関係も記述した。また、状態推定に関しては、実際問題において有用な未知入力オブザーバや外乱推定オブザーバまでを説明し、オブザーバを用いた閉ループ系のロバスト性についてもふれた。サーボ系では、内部モデル原理をまとめるだけでなく、最適サーボ系やその2自由度構成、入出力数が異なる場合の取扱いも紹介した。これらの点については類書は少ない。本書のこのような特徴が、多変数システム制御を学び、実際問題に適用しようとする読者に参考になれば

幸いである。

なお、本書は、著者らのこれまでの研究成果とともに、大阪大学および神戸大学における講義ノートや、計測自動制御学会、システム制御情報学会、日本機械学会、電気学会、化学工学会、自動車技術会、日本鉄鋼協会などの講習会資料や解説記事としたものをもとにしている。

最後に、共同研究者の方々、共に研究をした学生諸君、そして講演や執筆の機会を与えてくださった関係者諸氏に感謝申し上げる。

2010年4月

池田雅夫  
藤崎泰正

## 1. 制御理論の歴史とフィロソフィ

1.1	制御理論の歴史	2
1.2	制御理論のフィロソフィ	4
1.3	補 足	5

## 2. モデリングと制御系設計

2.1	制御の対象と目的	7
2.2	制御対象のモデリング	10
2.2.1	制御対象の数式モデルと線形化	10
2.2.2	状態方程式	17
2.3	制 御 系 設 計	18
2.3.1	最適レギュレータ	19
2.3.2	オブザーバ	22
2.4	実装：デジタル化とチューニング	23
2.5	数式モデルに基づく制御	26
	演 習 問 題	28

## 3. 制御系設計の基本課題

3.1	制 御 の 目 的	29
3.2	制 御 の 仕 様	30

3.3	制 御 の 方 法	32
-----	-----------	----

## 4. 最適レギュレータ

4.1	対象システムと評価関数	34
4.2	最適状態フィードバック	37
4.3	Riccati 方程式の導出	38
4.4	フィードバックゲインの最適性	41
4.5	Riccati 方程式の解法	44
4.6	最適レギュレータの性質	48
4.6.1	還送差条件, ロバスト安定性, 感度減少	49
4.6.2	最小位相性, 正実性	51
4.6.3	フィードバックゲインの構造	54
4.7	評価関数の選択	57
4.8	時間依存型評価関数	63
4.9	周波数依存型評価関数	66
4.10	$H_2$ 最適制御としての解釈	70
4.11	$H_\infty$ 制御との関係	73
4.12	補 足	76
	演 習 問 題	82

## 5. 状態推定

5.1	モデルによる状態推定: オブザーバ	84
5.2	オブザーバの一般形	87
5.3	最小次元オブザーバ	89
5.3.1	最小次元オブザーバの構成	90
5.3.2	未知入力オブザーバ	92

5.4	外乱推定オブザーバ	94
5.5	推定誤差の振る舞い	96
5.6	状態フィードバックへの適用	98
5.6.1	極指定	99
5.6.2	最適レギュレータ	101
5.6.3	閉ループ系のロバストさ	103
5.7	確率的な雑音がある場合の取扱い	106
5.8	Kalman フィルタ	108
5.9	最適推定と最適制御の双対性	112
	演習問題	114

## 6. サーボ系

6.1	サーボ問題	115
6.2	内部モデル原理	118
6.3	サーボ系の構成	120
6.4	積分型最適サーボ系	125
6.5	最適サーボ系の2自由度構成	132
6.6	入出力数が異なる場合の考察	139
	演習問題	145

## 7. 制御系設計例

7.1	周波数依存型最適レギュレータ	146
7.2	2自由度積分型最適サーボ系	156

## 8. キーテクノロジーとしての制御工学

8.1	あらゆる分野に必要な制御工学	161
8.2	人類と地球のために必要な制御工学	162
8.3	視野を広くもって発展	162
	<b>引用・参考文献</b>	164
	<b>演習問題の解答</b>	171
<b>索</b>	<b>引</b>	175

# 1

## 制御理論の歴史とフィロソフィ

多変数システム制御の基本としての現代制御理論<sup>1)†</sup>という語が現れて、約半世紀が経過した。したがって、「現代制御理論」という専門用語における“現代”は、一般の意味での“現代”を意味するものではない。それは、「古典制御理論」<sup>2)</sup>の“古典”に対して用いられるものであり、システムの2種類の取扱い方の一方であることを表す語である。すなわち、「古典制御理論」がシステムを入出力関係にとらえ、伝達関数で記述することを基本としているのに対し、「現代制御理論」では、システムの内部に状態という変数を考えて、システムを入力、状態、出力の関係を表す状態方程式で記述する(図 1.1)。「状態」とは、システムの過去の挙動が未来の挙動に与える影響に関する必要かつ十分な情報をもつ変数で、物理的な意味をもつことは要求されない。そのことが、状態空間に数学的に自由な変換を許し、現代制御理論の解析・設計手法の発展のもととなってきた<sup>3)</sup>。

本章では、実システムという物理的世界と制御理論の数学的世界の整合性という視点を含めて、現代制御理論の考え方を述べる。

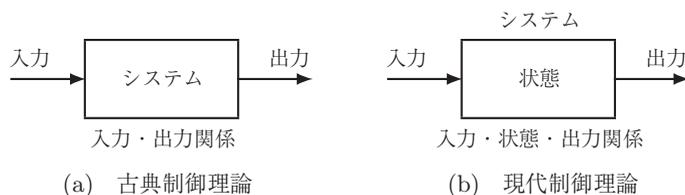


図 1.1 システムのとらえ方

† 右肩付き数字は、巻末の引用・参考文献番号を表す。

## 1.1 制御理論の歴史

制御理論 (ここでは, 数理的システム制御理論を意味する) の歴史的な流れを簡単にまとめると, 図 1.2 のようになる。

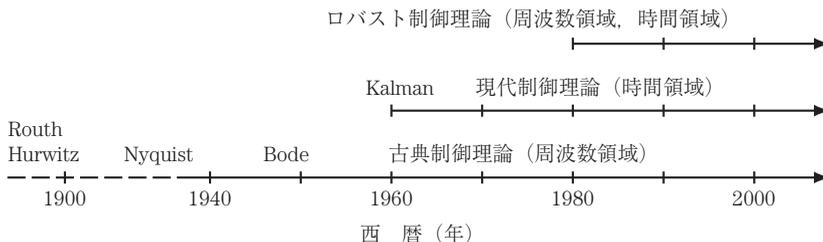


図 1.2 制御理論の歴史

「古典制御理論」とは, 19 世紀に得られた特性多項式に基づく Routh と Hurwitz の安定判別法<sup>4), 5)</sup>, 1930 年代の周波数応答に基づく Nyquist の安定判別法<sup>6)</sup>, 1940 年代に Bode によって得られた周波数応答におけるゲインと位相の関係<sup>7)</sup>などを代表的成果とし, 線形時間不変 (1 入力 1 出力) システムの伝達関数表現や周波数応答に基づく解析理論と, PID (proportional integral derivative) 制御や位相進み・遅れ補償などの設計法を意味する。この時代に得られた解析理論は, 1980 年代以降のロバスト制御理論に引き継がれ, そこでも大きな役割を演じている。それに対して, 当時の設計法は, Ziegler-Nichols の限界感度法<sup>8)</sup>による PID ゲイン調整, 開ループ系と閉ループ系の周波数応答の関係を表すニコルス線図などの提案はあったが, 経験と試行錯誤に基づいており, 設計論として満足のいくものではなかった。

そのような状況のもと, 1960 年に Kalman が<sup>9)</sup>, 状態方程式をシステム表現として, 最適レギュレータ理論<sup>9)</sup>と最適フィルタリング理論<sup>10)</sup>を発表した。状態方程式は 1 階の連立微分方程式であり, その意味では目新しいものではなかったが, そこに状態という概念に基づく最適化問題が定式化され, 美しく解かれ

たため、多くの人々の目はその方向に向くこととなった。そして、それまでの制御理論と異なるという意味で、「現代制御理論」と呼ばれるようになり<sup>1)</sup>、状態方程式を用いたシステム理論<sup>11), 12)</sup>、すなわち、状態空間アプローチの体系が急速に確立した。古典制御理論と現代制御理論を対比して特徴をまとめると表 1.1 のようになる。

表 1.1 古典制御理論と現代制御理論の特徴

	システム表現	アプローチ	振る舞いの種類	機械系の例
古典制御理論	伝達関数	周波数領域	定常応答	振動
現代制御理論	状態方程式	時間領域	過渡応答	運動

この「現代制御理論」は、それまでの「古典制御理論」と比べると、時間領域の理論であり、多入力多出力システムも 1 入力 1 出力システムと同様に扱うことができ、しかも非線形システムをも対象とすることができるという特徴をもつ。したがって、非常な期待をもって迎えられ、極指定<sup>13)</sup>、非干渉化<sup>14)</sup>、サーボ系設計<sup>15), 16)</sup> など、状態フィードバックを基本とする多くの制御系設計法が提案された。

しかし、しばらくすると、時間領域の取扱いでは、制御系に対して馴染みのある周波数領域の仕様に対応できないという批判が現れた<sup>17)</sup>。しかしながら、伝達関数を対象とした「古典制御理論」が周波数領域の仕様に対応した設計法を提供できていたかという点、上で述べたようにそうではなかった。それまでの古典制御理論が苦勞していた理由は、フィードバック制御系の設計において、われわれが構成するコントローラが閉ループ伝達関数に非線形の形で現れる点にあった。したがって、コントローラをどのように変更すると、閉ループ伝達関数がどのように変わるか、その予想は非常に困難であった。

それを解決したのが、伝達関数(行列)の既約分解に基づく安定化コントローラのパラメトリゼーション<sup>18), 19)</sup>である。これは、伝達関数を、安定な伝達関数の和、積、逆を用いて表すものだが、それによると、閉ループ系を安定化するコントローラのクラスと、そのなかでわれわれが変更できるパラメータが明確

になる。しかも、そのパラメータは閉ループ伝達関数に線形に現れるため、閉ループ系の設計が非常に容易になる(1.3節の補足1A参照)。その結果、1980年代になって、不確かな制御対象のロバスト安定化問題<sup>20)</sup>や閉ループ伝達関数のゲインを周波数成形する $H_\infty$ 制御問題が解かれ<sup>21)</sup>、制御理論は「ロバスト制御理論」<sup>22)</sup>の時代に入った。

その既約分解アプローチは、制御系の解析や設計のための理論構築には非常に有力な手法であるが、コンピュータを使った設計計算にはそれほど向いていない。もともと周波数領域の仕様で設定された $H_\infty$ 制御問題が、1980年代後半に、状態空間アプローチで解かれてからは<sup>23)</sup>、「ロバスト制御理論」もおもに状態方程式で扱われるようになった。このように、周波数領域の仕様を時間領域で設計するという意味で、「ロバスト制御理論」では「古典制御理論」と「現代制御理論」が融合していると見ることができる。その後、制御系設計に状態空間アプローチを用いる傾向は、行列不等式による設計法<sup>24)~26)</sup>が現れてから、より顕著になった。

## 1.2 制御理論のフィロソフィ

以上の歴史的結果を見ると、制御理論は

- どのような制御対象に、
- どのような状況のもとで、
- どのような情報を、
- どう使うと、
- どのような制御が可能か、

を明らかにしてきたといえる。また、可能性だけでなく、どのような場合に、希望する制御が不可能か、ということも教えてきた。そのようなことを明らかにすることが制御理論がもつべきフィロソフィであり、そのため、数式が多く、結果が定理という形で述べられることが一般的である。このことが、制御理論は難解であるとの印象を与えるが、何ができて、何ができないかが明確になれ

ば、実際の制御系設計に際して、無駄な努力をする必要がなくなる効果は計り知れない。制御理論は、産業界のあらゆる分野において、精密化、高速化、省エネルギー、歩留まり率の向上、安全性の向上などに効果を発揮してきた<sup>27)</sup>。

制御理論を用いるためには、制御対象のダイナミクスを数式モデルで表す必要があり、これをモデリングと呼ぶ。制御系設計において、モデリングは非常に手間のかかる部分である。しかしそれは、数式モデルに基づく制御理論のフィロソフィを支える重要な部分でもある。実際、モデリングのない設計からは誤った結論が得られてしまうことがある<sup>28)</sup>。

なお、最近、コンピュータが価格、計算速度、マンマシンインタフェースなどの面で使いやすくなるとともに、制御系設計用のソフトウェアも整備されてきた。それらを用いると最新の制御理論も容易に実際問題に適用することができる。しかし、便利さゆえ、一部の人々は制御理論を深く理解することなく、設計計算を行っている。そのような安易な考えでは、よい制御が実現したとしても偶然かもしれないし、期待した制御性能が得られないときは原因の把握ができない。結果だけを追い求めるのではなく、制御理論の考え方を身に付けることが大切である。

## 1.3 補 足

### 1A 伝達関数の既約分解 (1 入力 1 出力システムの場合)

1 入力 1 出力システムの伝達関数を  $p(s)$  とする。ここでは簡単のため、 $p(s)$  をプロパーな有理関数であるとする。伝達関数の既約分解とは、 $p(s)$  をプロパーで安定な有理関数  $n(s)$ ,  $d(s)$  を用いて

$$p(s) = \frac{n(s)}{d(s)}$$

と表現するものである。ただし、 $n(s)$ ,  $d(s)$  は、あるプロパーで安定な有理関数  $x(s)$ ,  $y(s)$  に対して

$$n(s)x(s) + d(s)y(s) = 1$$

が成立するように選ぶ。

例えば、システムの伝達関数が

$$p(s) = \frac{s - 2}{s^2 + 2s - 3}$$

であるとき、その既約分解の一例は

$$\begin{aligned} n(s) &= \frac{s - 2}{s^2 + 2s + 1}, & d(s) &= \frac{s^2 + 2s - 3}{s^2 + 2s + 1} \\ x(s) &= -\frac{28s + 92}{5s^2 + 15s + 10}, & y(s) &= \frac{5s^2 + 15s + 58}{5s^2 + 15s + 10} \end{aligned}$$

である。なお、既約分解は一意ではない。実際、 $n(s)$ 、 $d(s)$  にそれぞれ安定かつ逆も安定な伝達関数 (例えば  $(s+4)/(s+5)$ ) を掛けたものもまた既約分解である。

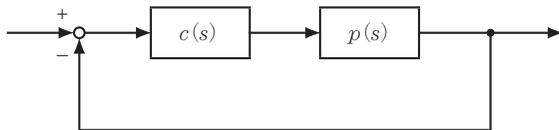
さて、このような既約分解を用いるとき、**図 1.3** のフィードバック制御系を安定化するコントローラ  $c(s)$  のクラスは

$$c(s) = \frac{x(s) + r(s)d(s)}{y(s) - r(s)n(s)}$$

と表現できることが知られている<sup>18), 19)</sup>。ここに、 $r(s)$  はプロパーで安定な任意の有理関数であり、安定化コントローラの実験自由度を表す。このとき、閉ループ系の伝達関数は

$$\frac{p(s)c(s)}{1 + p(s)c(s)} = n(s)\{x(s) + r(s)d(s)\}$$

となり、パラメータ  $r(s)$  に関して線形になる。



**図 1.3** フィードバック制御系

<b>【あ】</b>	
安定余裕	105
<b>【い】</b>	
位相余裕	50
一巡伝達関数	49, 51, 66
<b>【え】</b>	
$H_2$ 最適制御	70
$H_\infty$ 制御	4, 73
LTR	66, 106
円条件	49
<b>【お】</b>	
オブザーバ	22, 66, 84
<b>【か】</b>	
可安定	20, 35, 76
外乱	29
外乱推定オブザーバ	95
外乱抑制	31
可観測	20, 77
拡大系	68, 122, 126
可検出	20, 35, 77
可制御	20, 76
Kalman フィルタ	84, 106
還送差	49
観測出力	29
感度減少	50
<b>【き】</b>	
既約分解	3
極指定	78, 99

<b>【け】</b>	
ゲイン余裕	50
現代制御	1
<b>【こ】</b>	
古典制御	1
コンパニオン型	78, 122
<b>【さ】</b>	
サーボ系	115
サーボ補償器	122
サーボ問題	30
最小位相	51
最小次元オブザーバ	91
最適サーボ系	125, 132, 156
最適推定	108
最適追従系	133, 139
最適レギュレータ	19, 34, 101, 112
<b>【し】</b>	
実行可能解	60
周波数依存型最適レギュレータ	70, 146
周波数依存型評価関数	66, 150
状態	1
状態推定	84
状態フィードバック	20, 37
状態方程式	2, 17
<b>【す】</b>	
推定誤差	96

<b>【せ】</b>	
制御出力	29
正実	53
積分型サーボ系	130, 137
積分補償器	126
<b>【そ】</b>	
操作入力	29
双対	113
<b>【つ】</b>	
追従制御	30
<b>【と】</b>	
同一次元オブザーバ	89, 114
トラッキング	30
<b>【な】</b>	
内部モデル原理	115, 119
<b>【に】</b>	
2自由度制御系	132, 156
<b>【は】</b>	
Parseval の等式	67, 74
ハミルトン行列	45
<b>【ひ】</b>	
評価関数	37, 57, 66, 127
非劣解	59
<b>【ふ】</b>	
フィードバック	32
フィードフォワード	32, 115,

	130, 133			Riccati 方程式	41, 75, 128
<b>【み】</b>		<b>【ゆ】</b>		<b>【れ】</b>	
未知外乱オブザーバ	94	有限時間最適レギュ		レギュレーション	30
未知入力オブザーバ	93	レータ	48, 63	<b>【ろ】</b>	
<b>【も】</b>		<b>【り】</b>		ロバスト安定	31, 50, 106
モデリング	5, 7, 26	リアプノフ微分方程式	80	ロバスト制御	2, 31
		リアプノフ方程式	40, 79		
		Riccati 微分方程式	47, 109		

— 著者略歴 —

- |                                    |                                    |
|------------------------------------|------------------------------------|
| 池田 雅夫 (いけだ まさお)                    | 藤崎 泰正 (ふじさき やすまさ)                  |
| 1969年 大阪大学工学部通信工学科卒業               | 1986年 神戸大学工学部システム工学科卒業             |
| 1971年 大阪大学大学院工学研究科修士課程修了(通信工学専攻)   | 1988年 神戸大学大学院工学研究科修士課程修了(システム工学専攻) |
| 1973年 大阪大学大学院工学研究科博士課程中途退学(通信工学専攻) | 1988年 (株)神戸製鋼所電子技術研究所勤務            |
| 神戸大学助手                             | 1991年 神戸大学助手                       |
| 1975年 工学博士(大阪大学)                   | 1994年 博士(工学)                       |
| 神戸大学講師                             | 1996年 神戸大学助教授                      |
| 1976年 神戸大学助教授                      | 2007年 神戸大学准教授                      |
| 1990年 神戸大学教授                       | 現在に至る                              |
| 1995年 大阪大学教授                       |                                    |
| 2010年 大阪大学名誉教授                     |                                    |
| 大阪大学特任教授                           |                                    |
| 現在に至る                              |                                    |

## 多変数システム制御

Control of Multivariable Systems

© Masao Ikeda, Yasumasa Fujisaki 2010

2010年5月24日 初版第1刷発行

検印省略

著者 池田 雅夫  
藤崎 泰正  
発行者 株式会社 コロナ社  
代表者 牛来真也  
印刷所 三美印刷株式会社

112-0011 東京都文京区千石 4-46-10

発行所 株式会社 コロナ社  
CORONA PUBLISHING CO., LTD.

Tokyo Japan

振替 00140-8-14844・電話(03)3941-3131(代)

ホームページ <http://www.coronasha.co.jp>

ISBN 978-4-339-03309-0 (齋藤) (製本:愛千製本所)

Printed in Japan



無断複写・転載を禁ずる

落丁・乱丁本はお取替えいたします