

高校数学でマスターする  
**現代制御とデジタル制御**

——本質の理解から Mat@Scilab による実践まで——

博士(工学) 小坂 学 著

コロナ社

# ま え が き

本書は、古典制御について書かれた『高校数学でマスターする制御工学』の続編で、現代制御とデジタル制御と現場の工夫について、前書と高校数学の知識でマスターできるように書かれています。本書を読めば、現代制御で制御器を設計し、それをデジタル化することができます。それをさらにプログラムに書けばマイコンなどで実際に制御実験を行うことができます。ぜひ読んでほしいのは、初めて制御系を設計する卒研究生や企業の新人の方々です。前書と同様に、つぎの3編に分かれています。

- (1) 【わかる (= 方法手順) 編】：現代制御とデジタル制御、現場の技術の使い方を書いたマニュアル
- (2) 【ナットク (= 理論証明) 編】：高校数学で理解できる【わかる編】の理論的裏付け
- (3) 【役立つ (= 応用例) 編】：【わかる編】のマニュアルに沿った設計例 (MATLAB を利用)

これら3編を通して、現代制御とデジタル制御をしっかりと自分のものにしてほしいと思います。

筆者は、企業の制御技術者として10年間、大学の制御工学の教員として10年以上の間、制御工学の研究と教育を続けています。この経験を生かして、わかりやすく、納得でき、そして企業の現場で役立つことを目指して執筆しました。前書と高校の数学の知識で制御系を設計できるように工夫し、懇切丁寧な説明を心掛け、式番号や図番号を参照するときはその式や図が載っているページ番号も並記しています。内容は、企業の現場で役立っているものに厳選し、実例を示しながら実際のモノのイメージが頭に浮かび、物理的な意味を把握できるようにしっかり説明しています。

実際の制御系設計では多くの場合、MATLAB（マトラブと読む）という制御系 CAD ソフトが使われています。本書でも MATLAB の使い方を紹介します。MATLAB の Control System Toolbox, System Identification Toolbox, Robust Control Toolbox を使用します。MATLAB に似たフリーソフトとして SCILAB（サイラブと読む）があります。これに Mat@Scilab（マト・アト・サイラブと読む）というフリーソフトを組み合わせると、本書で扱うすべての MATLAB コマンドを無料で実行して制御を実感することができます。

なお、本書の内容の一部は文部科学省私立大学戦略的研究基盤形成支援事業（平成 24 年～平成 26 年）の助成を受けました。

2015 年 7 月

小坂 学

# 目 次

## —— Part I 【わかる編】 ——

### 1. 現代制御を「わかる」

1.1 状態空間表現によるシステムの解析	1
1.1.1 状態空間表現とは	1
1.1.2 状態空間表現 $(A, B, C, D)$ を伝達関数 $G(s)$ に変換する	5
1.1.3 あるシステムを表す $A, B, C, D$ の組合せは無数にある	6
1.1.4 伝達関数 $G(s)$ を状態空間表現 $(A, B, C, D)$ に変換する	7
1.1.5 安定性の解析	12
1.1.6 状態方程式 $\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}$ の解	15
1.1.7 状態空間表現のブロック線図	18
1.1.8 システムの接続	19
1.2 状態空間表現による制御系設計	20
1.2.1 レギュレータとサーボ	20
1.2.2 状態フィードバック	21
1.2.3 極配置法	22
1.2.4 可制御性	25
1.2.5 オブザーバ(状態観測器)	27
1.2.6 可観測性	30
1.2.7 最適制御	35
1.2.8 定常偏差をなくすサーボ	38

1.2.9	状態フィードバックとオブザーバを併合した制御器	40
1.2.10	併合系の定常偏差をなくすサーボ	42
1.2.11	MATLAB を使って $H^\infty$ 制御で混合感度問題を設計しよう	45

## 2. デジタル制御を「わかる」

2.1	制御器を実装するためのデジタル制御	47
2.2	状態表現の制御器のオイラー法によるプログラム化	48
2.2.1	PID 制御器のオイラー法によるプログラム化	50
2.2.2	伝達関数のオイラー法によるプログラム化	51
2.3	双一次変換による積分の近似	52
2.4	遅延演算子 $z^{-1}$	54
2.5	$z$ 変換で離散化した状態方程式と伝達関数	60
2.6	オイラー法と双一次変換で離散化した状態方程式と伝達関数	64
2.7	サンプリング定理	65
2.8	オイラー法と双一次変換の周波数特性のずれ	66
2.9	ある周波数でずれない双一次変換のプリワーピング	67
2.10	ある周波数でずれないオイラー法のプリワーブ処理	69
2.11	一般化双一次変換	70
2.11.1	オイラー法の安定性	71
2.11.2	双一次変換の安定性	72
2.11.3	$z$ 変換の安定性	74
2.11.4	一般化双一次変換による最適制御系と $H^\infty$ 制御系の指定領域 への極配置	74
2.12	MATLAB による離散化	75

### 3. 現場の制御技術を「わかる」

3.1 アンチwindアップ	78
3.1.1 入力飽和とwindアップ	78
3.1.2 PID制御のアンチwindアップ	80
3.1.3 制御器がパルス伝達関数 $K(z)$ のときのアンチwindアップ	83
3.1.4 制御器が状態方程式のときのアンチwindアップ	84
3.2 不感帯対策	86
3.3 ロボットの非線形補償	87
3.4 リミットサイクルを用いたPIDゲインの調整	89
3.5 フィルタによるノイズ対策	93
3.5.1 フィルタとは	93
3.5.2 LPF	95
3.5.3 HPF	99
3.5.4 MATLABでフィルタを設計しよう	100
3.5.5 メディアンフィルタ	103
3.6 システム同定	105
3.6.1 ステップ応答による同定	105
3.6.2 周波数応答法	107
3.6.3 最小二乗法	109
3.6.4 周波数応答を用いた伝達関数 $G(s)$ の同定	113

—— Part II 【ナットク編】 ——

4. 【わかる編】を理論的裏付けして「ナットク」する	
4.1 高校数学とその応用をナットクする	116
4.1.1 微分と積分	116
4.1.2 一次方程式とベクトル	117
4.1.3 連立一次方程式と行列	118
4.1.4 行列の足し算と引き算	119
4.1.5 行列の定数倍	120
4.1.6 行列の掛け算	120
4.1.7 0 の行列	121
4.1.8 1 の行列	122
4.1.9 行列の割り算	122
4.1.10 $\mathbf{A}\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{A} = \mathbf{I}$ の証明	125
4.1.11 $(\mathbf{X}\mathbf{Y})^{-1} = \mathbf{Y}^{-1}\mathbf{X}^{-1}$ の証明	125
4.1.12 逆行列補題	126
4.1.13 行列 $\mathbf{A}$ の転置 $\mathbf{A}^T$	126
4.1.14 $(\mathbf{A}\mathbf{B})^T = \mathbf{B}^T\mathbf{A}^T$ の証明	126
4.1.15 $(\mathbf{A}^T)^{-1} = (\mathbf{A}^{-1})^T$ の証明	127
4.1.16 $ \mathbf{A}  =  \mathbf{A}^T $ の証明	128
4.1.17 固有値とは	128
4.1.18 $\mathbf{A}$ と $\mathbf{A}^T$ の固有値が等しいことの証明	130
4.2 1章の現代制御をナットクする	130
4.2.1 状態空間表現を伝達関数に変換する式の証明	130

4.2.2	微分方程式から可制御正準形を求める方法の証明	131
4.2.3	双対システムと元のシステムとが等価なことの証明	134
4.2.4	同値変換しても固有値が不変なことの証明	134
4.2.5	$e^{At}$ の性質の証明	135
4.2.6	状態方程式 $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}$ の解の証明	138
4.2.7	システムの接続の証明	139
4.2.8	可制御性行列による可制御正準形への変換	140
4.2.9	可制御と極配置の関係	142
4.2.10	正定値行列	143
4.2.11	$\mathbf{Q}, \mathbf{R} > 0$ のとき $\mathbf{Q} + \mathbf{K}^T \mathbf{R} \mathbf{K} > 0$ の証明	144
4.2.12	リアプノフ方程式と $\mathbf{A}$ の固有値	144
4.2.13	最適制御の $\mathbf{Q} = q\mathbf{I}$ と $R = r$ の比が同じならば $\mathbf{K}$ が同じになることの証明	146
4.2.14	最適制御の証明	147
4.2.15	併合系の分離定理の証明	150
4.3	2章のデジタル制御をナットクする	153
4.3.1	双一次変換で離散化した状態方程式	153
4.3.2	一般化双一次変換による虚軸の円周上への移動	154
4.4	3章の現場の制御技術をナットクする	156
4.4.1	自動整合制御のゲイン設定	156
4.4.2	ベクトル $\boldsymbol{\theta}$ による微分 $\frac{\partial E(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}}$	157
4.4.3	最小二乗法は残差の二乗和を最小にすることの証明	160

## — Part III 【役立つ編】 —

## 5. MATLAB を活用した制御系設計を行って「役立つ」

5.1 DC モータのモデリング .....	162
5.1.1 動作原理 .....	162
5.1.2 モデリング .....	163
5.2 DC モータを状態フィードバックで制御しよう .....	168
5.2.1 モータの状態フィードバックとブロック線図 .....	168
5.2.2 状態フィードバックを極配置法で設計しよう .....	172
5.2.3 状態フィードバックを最適制御で設計しよう .....	174
5.2.4 状態フィードバック系のステップ応答とボード線図 .....	176
5.2.5 状態フィードバックのアンチwindアップ .....	177
5.2.6 状態フィードバックのマイコンへの実装 .....	177
5.2.7 状態フィードバック最適制御のシミュレーション .....	178
5.3 DC モータの速度を出力フィードバックで制御しよう .....	179
5.3.1 併合系を極配置法で設計しよう .....	179
5.3.2 併合系を LQG で設計しよう .....	180
5.3.3 併合系の混合感度問題を $H^\infty$ 制御で設計しよう .....	183
5.3.4 出力フィードバック制御器をマイコンに実装しよう .....	184
5.3.5 出力フィードバック制御器のアンチwindアップをしよう .....	185
5.3.6 出力フィードバックのシミュレーション .....	185
引用・参考文献 .....	189
索引 .....	190

# —— Part I 【わかる編】 ——

## 1 || 現代制御を「わかる」

ここでは、現代制御理論を理解しよう。

### 1.1 状態空間表現によるシステムの解析

自転車を時速 20 km で走りたいとき、速度が遅ければペダルを強くこぎ、速すぎれば力をゆるめる。これがフィードバック制御の原理である。制御工学では、自転車を制御対象、ペダルを踏む力  $u(t)$  を入力、速度  $y(t)$  を出力と呼ぶ。 $u(t)$ 、 $y(t)$  の  $(t)$  は、時間  $t$  の関数であることを表すが、本書ではまぎらわしくなければ略す。制御対象と入力と出力などのつながりをシステムという。

古典制御では、伝達関数でシステムを表現して、制御系の解析と設計を行った<sup>†1</sup>。現代制御では、伝達関数の代わりに、状態空間でシステムを表現して制御系の解析と設計を行う。ここでは状態空間を学ぶ。

#### 1.1.1 状態空間表現とは

古典制御では、システムの入力  $u(t)$  と出力  $y(t)$  の関係を表現するために、それぞれのラプラス変換  $U(s)$ 、 $Y(s)$  を求め、その比である伝達関数  $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$  を利用した<sup>†2</sup>。現代制御では、 $u(t)$  と  $y(t)$  の関係を、つぎの連立 1 階微分方程式で表現する。

<sup>†1</sup> 前書『高校数学でマスターする制御工学』の内容は古典制御である。

<sup>†2</sup> 前書『高校数学でマスターする制御工学』の索引「伝達関数」を参照。

$$\text{状態表現} \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) & \leftarrow \text{状態方程式} \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) & \leftarrow \text{出力方程式} \end{cases} \quad (1.1)$$

この式を状態方程式，状態空間表現，または状態表現という。また，上の式を状態方程式，下の式を出力方程式と呼び，使い分けることもある。 $\mathbf{x}(t)$ は縦長の列ベクトルで状態または状態変数といい，その要素の数 $n$ をシステム次数または次数という<sup>†</sup>。 $\dot{\mathbf{x}}(t) = \frac{d}{dt}\mathbf{x}(t)$ は $\mathbf{x}(t)$ の時間微分である。 $\mathbf{A}$ は $n$ 行 $n$ 列( $n \times n$ と書く)行列でシステム行列という(ベクトルと行列の復習は p.117)。

$u(t)$ と $y(t)$ の要素数がどちらも1のとき，1入出力系(単一入出力系，1入力1出力系)といい，このとき $\mathbf{B}$ は縦長の $n \times 1$ 列ベクトル， $\mathbf{C}$ は横長の $1 \times n$ 行ベクトル， $D$ は $1 \times 1$ の数(スカラ)となる。1入出力系のとき，式(1.1)の $\mathbf{x}(t)$ ， $\mathbf{A}$ ， $\mathbf{B}$ ， $\mathbf{C}$ ， $D$ の要素を明示するとつぎのようになる。

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_n(t) \end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} u(t) \quad (1.2)$$

$$y(t) = \underbrace{[c_1 \quad c_2 \quad \cdots \quad c_n]}_{\mathbf{C}} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(t)} + Du(t) \quad (1.3)$$

$a_{ij}$ は $\mathbf{A}$ 行列の $i$ 行 $j$ 列要素である。 $b_i$ ， $c_i$ ， $x_i(t)$ はそれぞれ $\mathbf{B}$ ， $\mathbf{C}$ ， $\mathbf{x}(t)$ の第 $i$ 要素である。状態空間表現の式(1.1)を略して $(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, D)$ または

<sup>†</sup> 本書ではベクトルを矢印記号を用いた $\vec{a}$ ではなく，太字にして $\mathbf{a}$ と表す。行列は大文字の太字で $\mathbf{A}$ と表す。

$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ とも書く。

**例題 1.1** 図 1.1 のシステムは質量  $m = 0$  のとき、ばね・ダンパ系といい、つぎの運動方程式で表される。

$$\underbrace{u(t)}_{\text{外力}} = \underbrace{c\dot{y}(t)}_{\text{ダンパの力}} + \underbrace{ky(t)}_{\text{ばねの力}} \quad (1.4)$$

$u(t)$ ,  $y(t)$  は外力と変位,  $c$ ,  $k$  は粘性摩擦係数とばね定数である<sup>†</sup>。このシステムを状態空間表現で表そう。

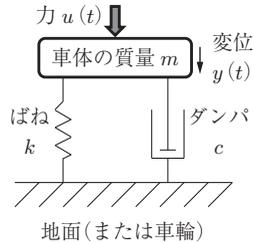


図 1.1 ばね・マス・ダンパ系

**【解答】** 状態変数  $x(t)$  を

$$x(t) = y(t) \quad (1.5)$$

として式 (1.4) に代入して、両辺を  $c$  で割る。

$$\dot{x}(t) = -\frac{k}{c}x(t) + \frac{1}{c}u(t) \quad (1.6)$$

式 (1.5), (1.6) をまとめてつぎの状態空間表現を得る。

$$\dot{x}(t) = \underbrace{-\frac{k}{c}}_A x(t) + \underbrace{\frac{1}{c}}_B u(t) \quad (1.7)$$

$$y(t) = \underbrace{1}_C \cdot x(t) + \underbrace{0}_D \cdot u(t) \quad (1.8)$$

式 (1.1) と比較すると、 $(A, B, C, D) = \left(-\frac{k}{c}, \frac{1}{c}, 1, 0\right)$  である。◇

**例題 1.2**  $\dot{y}(t) + 2y(t) = 3u(t)$  の状態空間表現  $(A, B, C, D)$  を  $y(t) = x(t)$  として求めよう。

<sup>†</sup> 前書『高校数学でマスターする制御工学』の索引「ばね・ダンパ系」を参照。

【解答】 変形すると  $\dot{y}(t) = -2y(t) + 3u(t)$  となる。 $y(t) = x(t)$  を代入して  $\dot{x}(t) = -2x(t) + 3u(t)$  が得られ、式 (1.1) と比較すると  $A = -2$ ,  $B = 3$  である。 $y(t) = x(t)$  を式 (1.1) と比較すると  $C = 1$ ,  $D = 0$  である。◇

■ 状態空間表現の伝達関数表現に対するメリット 状態空間表現の伝達関数表現に対するメリットはつぎのとおりである。

- (1) 多入出力系をより簡単に表現できる。
  - (2) 伝達関数表現では信号の初期値をすべてゼロと仮定しなければならなかった (p.131 の式 (4.43))。状態空間表現では、その必要がない。
  - (3) 後述のオブザーバを用いて、状態  $\mathbf{x}(t)$  を計算 (観測という) できる。
- (1) について、 $\mathbf{u}(t)$  と  $\mathbf{y}(t)$  が複数あるシステムを多入出力系という。例えばロボットアームでは、肩、肘、手首のそれぞれの関節を動かすのはモータである。それらへ加える電圧が入力  $u_1(t)$ ,  $u_2(t)$ ,  $\dots$ ,  $u_m(t)$ , それぞれの関節の回転角が出力  $y_1(t)$ ,  $y_2(t)$ ,  $\dots$ ,  $y_l(t)$  の多入出力系である。これを伝達関数表現で表すとつぎのようになり、伝達関数が  $l \times m$  個必要で多入出力系の扱いはたいへん複雑になる。

$$\left. \begin{aligned} y_1(s) &= G_{11}(s)u_1(s) + G_{12}(s)u_2(s) + \dots + G_{1m}(s)u_m(s) \\ y_2(s) &= G_{21}(s)u_1(s) + G_{22}(s)u_2(s) + \dots + G_{2m}(s)u_m(s) \\ &\vdots \\ y_l(s) &= G_{l1}(s)u_1(s) + G_{l2}(s)u_2(s) + \dots + G_{lm}(s)u_m(s) \end{aligned} \right\} (1.9)$$

一方、状態空間表現では、 $u_1(t)$ ,  $u_2(t)$ ,  $\dots$ ,  $u_m(t)$  と  $y_1(t)$ ,  $y_2(t)$ ,  $\dots$ ,  $y_l(t)$  を縦長の列ベクトルで表せば、式 (1.1) の  $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t)$ ,  $\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t)$  で表現できるのである。つまり、状態空間表現を用いれば、多入出力系と単一入出力系を区別しなくても両者をほぼ同じように扱うことができる。多入出力系の状態方程式 (1.2), (1.3) はつぎのようになる。

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_n(t) \end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} b_{11} & \dots & b_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & \dots & b_{nm} \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \underbrace{\begin{bmatrix} u_1(t) \\ \vdots \\ u_m(t) \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}(t)} \quad (1.10)$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} y_1(t) \\ \vdots \\ y_l(t) \end{bmatrix}}_{\mathbf{y}(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} c_{11} \cdots c_{1n} \\ \vdots \\ c_{l1} \cdots c_{ln} \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} d_{11} \cdots d_{1m} \\ \vdots \\ d_{l1} \cdots d_{lm} \end{bmatrix}}_{\mathbf{D}} \underbrace{\begin{bmatrix} u_1(t) \\ \vdots \\ u_m(t) \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}(t)} \quad (1.11)$$

$l$  は出力ベクトル  $\mathbf{y}(t)$  の要素数,  $m$  は入力ベクトル  $\mathbf{u}(t)$  の要素数である。 $\mathbf{A}$  のサイズは  $n \times n$ ,  $\mathbf{B}$  は  $n \times m$ ,  $\mathbf{C}$  は  $l \times n$ ,  $\mathbf{D}$  は  $l \times m$  である。 $l = 1, m = 1$  の単一入出力系のとき, 式 (1.10), (1.11) は, それぞれ式 (1.2), (1.3) になる。

### 1.1.2 状態空間表現 $(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D})$ を伝達関数 $G(s)$ に変換する

次式で状態空間表現  $(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D})$  を伝達関数  $G(s)$  に変換できる (p.130)。

$$\mathbf{G}(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D} \quad (1.12)$$

$\mathbf{I}$  は  $\mathbf{A}$  と同じサイズ ( $n \times n$ ) の単位行列 (p.122) である。 $\mathbf{G}(s)$  の分母多項式の  $s$  の次数は, システム次数 ( $\mathbf{A}$  の行数または列数)  $n$  と等しい (p.129 の式 (4.39))。

**例題 1.3** つぎの状態空間表現  $(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D})$  を伝達関数  $G(s)$  に変換しよう。

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = [0 \quad 1], \mathbf{D} = 0$$

**【解答】** 式 (1.12) に代入する。

$$\begin{aligned} G(s) &= \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D} \leftarrow \mathbf{I} \text{ は } \mathbf{A} \text{ と同じサイズの単位行列 (p.122)} \\ &= [0 \quad 1] \left( s \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix} + 0 \leftarrow \begin{array}{l} \text{行列の定数倍は} \\ \text{p.120} \end{array} \\ &= [0 \quad 1] \begin{bmatrix} s-0 & 0-2 \\ 0-1 & s-(-3) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix} \leftarrow \text{行列の引き算は p.119} \\ &= [0 \quad 1] \frac{1}{s(s+3) - (-2)(-1)} \begin{bmatrix} s+3 & 2 \\ 1 & s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix} \leftarrow \begin{array}{l} \text{逆行列は} \\ \text{p.124 の式 (4.26)} \end{array} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= [0 \ 1] \frac{1}{s^2 + 3s - 2} \begin{bmatrix} (s+3) \cdot 5 + 2 \cdot 0 \\ 1 \cdot 5 + s \cdot 0 \end{bmatrix} \leftarrow \begin{array}{l} \text{行列の掛け算は} \\ \text{p.121 の式 (4.16)} \end{array} \\
&= \frac{1}{s^2 + 3s - 2} [0 \ 1] \begin{bmatrix} 5(s+3) \\ 5 \end{bmatrix} \\
&= \frac{1}{s^2 + 3s - 2} (0 \cdot 5(s+3) + 1 \cdot 5) \\
\therefore G(s) &= \frac{5}{s^2 + 3s - 2}
\end{aligned}$$

◇

### 1.1.3 あるシステムを表す $A, B, C, D$ の組合せは無数にある

あるシステムを表す伝達関数  $G(s)$  は、 $G(s)$  の分子・分母が約分されていれば一つしかない。しかし状態表現の場合、 $A, B, C, D$  の組合せは無数にあることをこれから示す。 $A$  と同じサイズで、要素が実数で定数の行列  $T$  を導入する。 $T$  はその逆行列  $T^{-1}$  が存在するように選ぶ (逆行列は p.124)。p.2 の式 (1.1) の状態方程式  $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t)$  に  $T$  を左から掛ける。

$$T\dot{\mathbf{x}}(t) = T\mathbf{A}\mathbf{x}(t) + T\mathbf{B}\mathbf{u}(t)$$

$$T\dot{\mathbf{x}}(t) = T\mathbf{A}(T^{-1}T)\mathbf{x}(t) + T\mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad \leftarrow T^{-1}T = \mathbf{I} \text{ より}$$

$$T\dot{\mathbf{x}}(t) = T\mathbf{A}T^{-1}T\mathbf{x}(t) + T\mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad (1.13)$$

式 (1.1) の出力方程式に  $\mathbf{x}(t) = (T^{-1}T)\mathbf{x}(t)$  を代入する。

$$\mathbf{y}(t) = C\mathbf{A}T^{-1}T\mathbf{x}(t) + D\mathbf{u}(t) \quad (1.14)$$

式 (1.13) と式 (1.14) に

$$\bar{\mathbf{x}}(t) = T\mathbf{x}(t) \quad \leftarrow \bar{\mathbf{x}} \text{ はエックスバーと読む} \quad (1.15)$$

$$\bar{\mathbf{A}} = T\mathbf{A}T^{-1}, \quad \bar{\mathbf{B}} = T\mathbf{B}, \quad \bar{\mathbf{C}} = C\mathbf{A}T^{-1} \quad (1.16)$$

を代入して、つぎの状態表現を得る。

$$\begin{cases} \dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) = \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{x}}(t) + \bar{\mathbf{B}}\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) = \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) \end{cases} \quad (1.17)$$

この変換を同値変換 (または線形変換, 状態変数変換) という。システム  $(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D})$  を  $(\bar{\mathbf{A}}, \bar{\mathbf{B}}, \bar{\mathbf{C}}, \mathbf{D})$  に変換しても  $\mathbf{u}(t)$  と  $\mathbf{y}(t)$  はそのままが変わっていない。したがって, 両者は  $\mathbf{u}(t)$  と  $\mathbf{y}(t)$  に関してまったく同じシステムである。 $\mathbf{T}$  はその逆行列が存在すればどう選んでもよいので, あるシステムを表す状態表現 (式 (1.17)) は無限に存在する。

### 1.1.4 伝達関数 $G(s)$ を状態空間表現 $(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D})$ に変換する

入力  $u(t)$  と出力  $y(t)$  の関係が, つぎの微分方程式で表される 1 入出力系を考える。

$$\begin{aligned} & y^{(n)}(t) + a_{n-1}y^{(n-1)}(t) + \cdots + a_1y^{(1)}(t) + a_0y(t) \\ & = b_ku^{(k)}(t) + b_{k-1}u^{(k-1)}(t) + \cdots + b_1u^{(1)}(t) + b_0u(t) \end{aligned} \quad (1.18)$$

$y^{(i)}(t)$  は  $y(t)$  の  $i$  階微分,  $a_i, b_i$  は実数の定数であり,  $n \geq k$  である。古典制御では, このシステムをつぎの伝達関数  $G(s)$  で表した<sup>†</sup>。

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_k s^k + b_{k-1} s^{k-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0} \quad (1.19)$$

$n > k$  のとき, このシステムの状態空間表現 ( $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u, y = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}u$ ) の一つは次式で与えられる (p.131)。

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_n(t) \end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & & & \\ \vdots & \mathbf{I} & & \\ 0 & & & \\ -a_0 & -a_1 & \cdots & -a_{n-1} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} u(t) \quad (1.20)$$

<sup>†</sup> 前書『高校数学でマスターする制御工学』の 2.3.3 項を参照。

$$y(t) = \underbrace{\left[ \begin{array}{cccc} b_0 & b_1 & \cdots & b_k \end{array} \right]}_{C} \underbrace{\left[ \begin{array}{cccc} 0 & \cdots & 0 & 0 \end{array} \right]}_{n-(k+1) \text{ 個}} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(t)} \leftarrow D = 0 \quad (1.21)$$

式 (1.20) の  $\mathbf{A}$  行列内の  $\mathbf{I}$  は  $(n-1)$  次の単位行列 (p.122) である。式 (1.20), (1.21) の状態空間表現を 1 入出力系の可制御正準形 (可制御標準形) という。この変換より、 $G(s)$  の分母多項式の  $s$  の次数  $n$  と、システム次数 ( $\mathbf{A}$  の行数または列数) とは等しいことがわかる。ある状態表現 ( $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $D$ ) を可制御正準形に変換する方法を p.140 で説明する。

$n = 3$  のときの式 (1.19)~(1.21) はつぎのようになる。

$$G(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \quad (1.22)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \quad (1.23)$$

$$y(t) = [b_0 \quad b_1 \quad b_2] \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} \quad (1.24)$$

このときのブロック線図を図 1.2 に示す。積分記号  $\int$  のブロックは入力  $u$  の時間積分を出力する。図より、可制御正準形は  $a_i$  と  $b_i$  がすべてゼロでも、 $\mathbf{x}$  は  $u$  とつながっているため、 $u$  で  $\mathbf{x}$  を動かすことができる。この意味することの詳細を後述の可制御で説明する。

$n = 2$  のときの式 (1.19)~(1.21) はつぎのようになる。

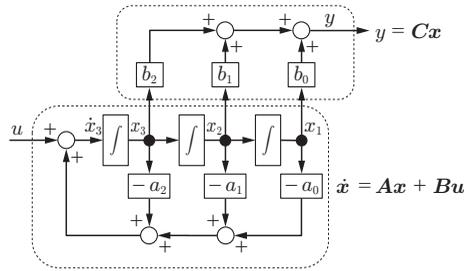


図 1.2 可制御正準形のブロック線図 (式 (1.23), (1.24))

$$G(s) = \frac{b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} \quad (1.25)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \quad (1.26)$$

$$y(t) = [b_0 \quad b_1] \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \quad (1.27)$$

$n = 1$  のときの式 (1.19)~(1.21) はつぎのようになる。

$$G(s) = \frac{b_0}{s + a_0} \quad (1.28)$$

$$\dot{x}_1(t) = -a_0 x_1(t) + 1 \cdot u(t) \quad (1.29)$$

$$y(t) = b_0 x_1(t) \quad (1.30)$$

$n = k$  のときは,  $G(s)$  の分母多項式の次数  $n$  と分子多項式の次数  $k$  が等しくなる。このとき式 (1.21) の  $C, D$  をつぎのように置き換える。

$$C = [b_0 \quad b_1 \quad \cdots \quad b_{n-1}] - b_n [a_0 \quad a_1 \quad \cdots \quad a_{n-1}] \quad (1.31)$$

$$D = b_n \quad (1.32)$$

**例題 1.4** つぎの伝達関数  $G(s)$  を, 可制御正準形の状態表現 ( $A, B, C, D$ ) に変換しよう。

$$(1) \quad G(s) = \frac{4s^2 + 4s + 8}{2s^3 + 4s^2 + 6s + 1}$$

$$(2) \quad G(s) = \frac{2s^3 + 4s^2 + 4s + 8}{2s^3 + 4s^2 + 6s + 1}$$

**【解答】** (1) 式 (1.22) の分母多項式の最高次数の項  $s^3$  の係数は 1 である。  $G(s)$  もそうなるように分子分母を 2 で割り、  $a_0, b_0$  などを求める。

$$G(s) = \frac{\overbrace{\frac{b_2}{2} s^2} + \overbrace{\frac{b_1}{2} s} + \overbrace{\frac{b_0}{4}}}{s^3 + \underbrace{\frac{2}{a_2} s^2} + \underbrace{\frac{3}{a_1} s} + \underbrace{0.5}_{a_0}}$$

$a_0, b_0$  などを式 (1.23), (1.24) に代入して  $(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, D)$  を求める。

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -0.5 & -3 & -2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = [b_0 \quad b_1 \quad b_2] = [4 \quad 2 \quad 2], \quad D = 0$$

(2)  $G(s)$  の分母が (1) の  $G(s)$  と同じなので  $\mathbf{A}, \mathbf{B}$  は同じである。  $G(s)$  の分子・分母を 2 で割ると  $b_3 = 1$  で、  $b_0, a_0$  などは (1) と同じである。  $G(s)$  の分子・分母の次数がどちらも 3 で等しいので、式 (1.31), (1.32) に代入して  $\mathbf{C}, D$  を求める。

$$\begin{aligned} \mathbf{C} &= [b_0 \quad b_1 \quad b_2] - b_3 [a_0 \quad a_1 \quad a_2] = [4 \quad 2 \quad 2] - 1 \cdot [0.5 \quad 3 \quad 2] \\ &= [4 - 0.5 \quad 2 - 3 \quad 2 - 2] = [3.5 \quad -1 \quad 0] \end{aligned}$$

$$D = b_3 = 1$$

◇

**例題 1.5** つぎの運動方程式で表されるばね・マス・ダンパ系 (p.3 の図 1.1) を可制御正準形で表し、状態  $x(t)$  を得るために必要なセンサを考えよう。

$$\underbrace{u(t)}_{\text{外力}} = \underbrace{m\ddot{y}(t)}_{\text{慣性力}} + \underbrace{c\dot{y}(t)}_{\text{ダンパの力}} + \underbrace{ky(t)}_{\text{ばねの力}}$$

$u(t), y(t)$  は外力と変位、  $m, c, k$  はそれぞれ質量、粘性摩擦係数、ばね定数である<sup>†</sup>。

<sup>†</sup> 前書『高校数学でマスターする制御工学』の索引「ばね・マス・ダンパ系」を参照。

# 索引

<b>【あ】</b>		可検出	30	ゲイン余裕	89
アナログフィルタ	103	カスケード制御	165	減衰帯域	95
アンチwindアップ	79	可制御	25, 142	減衰比	95
安定	58	可制御性行列	25, 140	現代制御	1
		可制御正準形	8, 140	厳密な線形化	88
		可制御標準形	8	<b>【こ】</b>	
<b>【い】</b>		カットオフ周波数	95	後進差分	51
位相余裕	89, 90	カルマンフィルタ	30	勾配	157
一意解	139	慣性モーメント	164	勾配ベクトル場	157
一次方程式	117	観測	4	ゴースト	66
位置制御	162, 166	感度関数	45	古典制御	1
1 入出力系	2	<b>【き】</b>		ごま塩ノイズ	104
1 入力 1 出力系	2	擬似逆行列	110	固有値	12, 128
イナーシャ	164	既約	34	固有ベクトル	128
インパルス性ノイズ	103	逆関数	87	固有方程式	128
		逆行列	124	混合感度問題	45, 183
<b>【え】</b>		逆行列補題	126	<b>【さ】</b>	
エイリアシング	66	行数	118	最小二乗法	110
エイリアス成分	66	強制応答	15	最小実現	34
		行ベクトル	117	サイズ	118
<b>【お】</b>		行列	118	最適制御	35, 147, 175
オイラー法	49	行列式	124	最適レギュレータ	36
オーバーシュート	78	極	12, 57	サージ	103
オブザーバ	29	極配置法		差分方程式	49, 57
オブザーバゲイン	29		22, 30, 142, 173, 179	サーボ	20, 169
重み行列	36	極零相殺	35	サーボ問題	20
折返し雑音	66	<b>【く】</b>		残差	111
		くし型フィルタ	94	サンプリングタイム	48
<b>【か】</b>		グループ遅延	98	サンプリング定理	65
可安定	26	<b>【け】</b>		サンプル時間	48
階乗	15	計算トルク法	87	サンプル時点	60
可観測	30, 33	ゲイン	95	サンプル周期	48
可観測性行列	31			サンプル周波数	48
可観測正準形	11				
可観測標準形	11				

サンプルホールド	61	スパイクノイズ	103	単一入出力系	2
三平方の定理	155				
		<b>【せ】</b>		<b>【ち】</b>	
<b>【し】</b>		正規化周波数	103	チェビシェフフィルタ	98
式誤差	110	正規方程式	110	遅延演算子	54
時系列	50	制御帯域	45, 89	中央値フィルタ	103
次数	2, 117	制御対象	1	チューニング	89
システム	1	正定値行列	143	調波成分	94
システム行列	2	正定行列	143	直列接続	19, 139
システム次数	2	積分	116		
システム同定	105	積分項	51	<b>【つ】</b>	
自然対数の底	15	0次ホールド	61	通過帯域	95
実部	58	ゼロ次ホールド	61		
自動整合制御	81, 84	遷移行列	15	<b>【て】</b>	
シフト演算子	54	漸化式	49	デジタルフィルタ	102
シミュレーション	50	漸近安定	145	定常ゲイン	60
遮断帯域	95	線形二次形式ガウス形	41	定常偏差	38
周波数応答	107	線形二次形式レギュレータ	36	伝達関数	7
周波数応答法	107	線形二次積分制御	39	転置	126, 180
出力	1	線形変換	7	電流制御	165
出力フィードバック	40	前進差分	49, 51	電流ループ	165
出力方程式	2				
準正定値行列	143	<b>【そ】</b>		<b>【と】</b>	
準負定値行列	143	双一次変換	46, 53	同次元オブザーバ	29
状態	2	双一次 $z$ 変換	53	同値変換	7, 134
状態観測器	29	双対システム	11, 30, 134	特性方程式	128
状態空間表現	2	相補感度関数	45	トルク定数	163
状態推移行列	15	速度制御	162, 165		
状態遷移行列	15	速度ループ	165	<b>【な】</b>	
状態表現	2			ナイキスト角周波数	65, 102
状態フィードバック	21	<b>【た】</b>		ナイキスト周波数	65
状態フィードバックゲイン	21	対角行列	36	内積	117
状態変数	2	対角要素	122	内部モデル原理	38
状態変数変換	7	台形近似	53		
状態方程式	2	台形差分法	53	<b>【に】</b>	
——の解	15	対称行列	126, 143	二次形式	143
初期時間	15	第2種チェビシェフフィルタ		入力	1
初期値応答	15		102	入力飽和	78
除去帯域	95	楕円フィルタ	102		
		タスティン変換	53	<b>【ね】</b>	
<b>【す】</b>		多入出力系	4	粘性摩擦係数	164
スカラ	2, 122	——の状態方程式	4		
ステップ応答	105	単位行列	122		

<b>【の】</b>	フルランク	25, 125	<b>【ら】</b>	乱数	112
ノッチフィルタ	分離定理	41, 150	<b>【り】</b>	リアプノフ関数	144
<b>【は】</b>	<b>【へ】</b>		リアプノフの安定性理論	144	
ハイパスフィルタ	併合	40	リアプノフ不等式	145	
掃出し法	併合系	40, 179	リアプノフ方程式	146	
バターワースフィルタ	——の LQG サーボ	42, 181	リカッチ方程式	37	
ばね・ダンパ系	並列接続	19, 139	離散化	48	
ばね・マス・ダンパ系	ベクトル	117	リップル	97	
ハム音	ベッセルフィルタ	97	リミットサイクル	90	
パルス伝達関数	偏微分	157	<b>【れ】</b>		
半正定値行列	<b>【ほ】</b>		零行列	121	
半正定行列	飽和要素	78	零次ホールド	61	
バンドエリミネーション	<b>【ま】</b>		零状態応答	15	
フィルタ	マイナーループ	165	零点	57	
バンドパスフィルタ	<b>【む】</b>		零入力応答	15	
半負定行列	むだ時間要素	60	零ベクトル	121	
半負定値行列	<b>【め】</b>		レギュレータ	20	
<b>【ひ】</b>	メインループ	165	レギュレータ問題	20	
ピタゴラスの定理	メディアンフィルタ	103	列	118	
微分	<b>【も】</b>		列数	118	
微分項	モード	17	列ベクトル	117	
<b>【ふ】</b>	<b>【ゆ】</b>		連立一次方程式	118	
フィードバック制御の原理	唯一解	124, 139	<b>【ろ】</b>		
フィードバック接続	誘起電圧定数	163	ロータリーエンコーダ	167	
フィルタ	<b>【よ】</b>		ローパスフィルタ	93	
フーリエ変換	余因子行列	124	ロールオフ	95	
不可観測	要素	117	<b>【わ】</b>		
不可制御			ワインドアップ	79	
不感帯					
符号関数					
負定値行列					
プリワーピング					

<b>【A】</b>	<b>【B】</b>	blkdiag()	181
abs()	BEF	bodemag()	176, 181
arx()	besself()	bode()	100
	bilin()	BPF	93
		butter()	100

<p><b>【C】</b></p> <p>cheby1() 102          cheby2() 102          c2d() 76</p> <p><b>【D】</b></p> <p>DC モータ 162          diag() 174          d2c() 76</p> <p><b>【E】</b></p> <p>eig() 174, 179          ellip() 102          eye() 182</p> <p><b>【F】</b></p> <p>feedback() 181          figure() 176, 181          filter() 77</p> <p><b>【G】</b></p> <p>grad 157</p> <p><b>【H】</b></p> <p><math>H^\infty</math> 制御 45, 183          HPF 93, 99</p>	<p><b>【I】</b></p> <p><i>I</i> 122          idinput() 108, 112          invfreqs() 114</p> <p><b>【L】</b></p> <p>length() 173, 176          LPF 93, 95          LQG 41, 180          LQG サーボ 42, 181          lqg() 181          LQI 39          lqi() 175          LQR 36          lqr() 38, 175          lsim() 108</p> <p><b>【M】</b></p> <p>M 系列 112          medfilt1() 104          minreal() 177</p> <p><b>【O】</b></p> <p><i>O</i> 17, 121</p>	<p><b>【P】</b></p> <p>place() 174, 179          plot() 77          pzmap() 181</p> <p><b>【R】</b></p> <p>Re 58</p> <p><b>【S】</b></p> <p>sign() 82          ss() 173          step() 106, 176, 181</p> <p><b>【T】</b></p> <p>tf() 176          tfdata() 76          Tustin 変換 53</p> <p><b>【Z】</b></p> <p><math>z</math> 変換 60          zpke() 184</p> <p>~~~~~</p> <p><b>【ギリシャ文字・記号】</b></p> <p><math>\nabla</math> 157  <math>\partial</math> 157</p>
---	--	---

**【MATLAB 操作】**

<p>行列式を計算 27          極配置法を設計する 172          積分器を含む LQG を設計する 181</p>	<p>行列の積 174, 186          併合系サーボを極配置法で設計する 180          併合系を極配置法で設計する 179          リカッチ方程式を解く 37</p>	<p>離散化 75  <math>H^\infty</math> 制御を設計する 45          LQG を設計する 180          LQI を設計する 175          LQR を設計する 38</p>
---	--	---

— 著者略歴 —

1989年 大阪府立大学工学部電子工学科卒業  
1991年 大阪府立大学大学院工学研究科博士前期課程修了（電子工学専攻）  
1991年 ダイキン工業株式会社 電子技術研究所  
～01年  
1999年 大阪府立大学大学院工学研究科博士後期課程修了（電気情報系専攻）  
博士（工学）  
2001年 近畿大学講師  
2006年 近畿大学助教授  
2011年 近畿大学教授  
現在に至る

高校数学でマスターする 現代制御とデジタル制御

—本質の理解から Mat@Scilab による実践まで—

Modern Control and Digital Control Based on High School Math

—From the Essence to the Practice Using Mat@Scilab—

© Manabu Kosaka 2015

2015年9月25日 初版第1刷発行

★

検印省略

著者 小坂 学  
発行者 株式会社 コロナ社  
代表者 牛来真也  
印刷所 三美印刷株式会社

112-0011 東京都文京区千石 4-46-10

発行所 株式会社 コロナ社

CORONA PUBLISHING CO., LTD.

Tokyo Japan

振替 00140-8-14844・電話(03)3941-3131(代)

ホームページ <http://www.coronasha.co.jp>

ISBN 978-4-339-03218-5 (横尾) (製本：愛千製本所)

Printed in Japan



本書のコピー、スキャン、デジタル化等の無断複製・転載は著作権法上での例外を除き禁じられています。購入者以外の第三者による本書の電子データ化及び電子書籍化は、いかなる場合も認めておりません。

落丁・乱丁本はお取替えいたします