## まえがき

本書は、「意味」という抽象的な概念を数学的に記述するために発展した「統計的潜在意味解析」という研究分野に関して体系的にまとめた専門書である。 私の知る限り、洋書を含めて、この分野に関して本書ほど詳細に説明したものはないと自負している。

「なぜ「意味」という抽象的な概念を数学的に記述したいのか」というと、それは機械が「意味」を扱えるようにしたいからである。つまり、この分野は、機械学習の一分野として発展してきた。特に、統計モデルによって記述することを目標とする。「なぜ統計モデルによって記述したいのか」というと、それは可能な限り人間の恣意性を排除し、「データ」から「意味」を表現する情報を取り出したいからである。じつは、ここで扱う「意味」の解析というのは言語処理の分野に留まらない。例えば、画像、音声、ゲノム、人の購買履歴などの応用では、それらのデータに対して「単語」に相当する情報を表現することによって、その「意味」の解析が言語処理の場合と同様に可能となってきている。そもそも、言語データに現れる「単語」も情報の一つの表現にすぎないのである。したがって、本書で扱う内容は、言語学における「意味論」とはまったく異なることに注意が必要である。

本書は、『自然言語処理シリーズ』の中で、おそらく最も機械学習色の強い本である。その理由として、本書が扱っている「トピックモデルによる統計的潜在意味解析」という学問分野が、多様な機械学習技術の上に構築されているからである。したがって、本書を読み進めていくと、数理的な内容が中心となっていくことに気がつくだろう。さらに、内容としてさまざまな数理を扱っていることに初めは戸惑うかもしれない。しかし、ここで扱われている内容は、どれもこの分野では重要なテーマである。

### iv ま え が き

この分野を習得するためには、以下の三要素:

- 確率・統計、最適化に関する基礎力
- 現象を統計モデルによって記述する表現力
- 機械学習技術に関する広範囲な知識

が必要であると筆者は考えている。

そこで本書では、単に「トピックモデルによる統計的潜在意味解析」という 一分野の解説をするのではなく、この分野を取り巻くさまざまな機械学習技術 に関して可能な限り解説することで、これらの3要素が自然と習得できるよう にテーマを選んで構成している。

思えば、ここで必要となる3要素は、自然言語処理に限らずさまざまな応用 分野に共通して必要なものである。したがって、本書は、データ解析を必要と するさまざまな方々にとっても有用なものとなるであろう。

最後に、さまざまな方々のご協力に感謝致します。構成の段階から適切なコメントを頂いた東京工業大学の奥村学教授、高村大也准教授に心より御礼申し上げます。お茶の水女子大学の小林一郎教授には、研究室所属の情報科学コース院生との草稿チェックのゼミを設けて頂き、誤記・不正確・不明瞭な点や、可読性のためのフィードバックを多数頂きました。小林教授を始めゼミ参加者の皆様、特に江里口瑛子氏、鈴木聡子氏と、数式のチェックにご協力頂いた金子晃名誉教授に感謝致します。本書を執筆するために必要であった知識は、すべて私の博士課程時代に培われたものです。指導教員である中川裕志教授(東京大学)に、この場をお借りして御礼申し上げます。また、中川研究室の学生との機械学習に関する日々のディスカッションやフィードバックは、私の知識の幅を広げる助けとなりました。学生の皆様に深く感謝致します。コロナ社の編集者の方々には、原稿の遅れのために数々のご迷惑をおかけしたにもかかわらず、終始温かく見守って頂きました。改めまして皆様に厚く御礼申し上げます。

2015年2月

## 目 次

## 0. 本書の使い方

| 本書の読み方・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・            | 1  |
|---|--|
| 各章と付録の説明・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・          | 2  |
| 本書で用いる記号など・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・        | 4  |
|   |  |
| 1. 統計的潜在意味解析とは  |  |
|   |  |
| 潜在的意味・トピックと潜在的共起性                                     | 8  |
| 潜在意味解析の歴史   | 10   |
| 統計的潜在意味解析とデータ駆動インテリジェンスの創発                            | 14   |
| 確率的潜在変数モデル・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・        | 16   |
| 確率的生成モデルとグラフィカルモデル・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ | 17   |
|   |  |
| 2. Latent Dirichlet Allocation                        |  |
|   |  |
| 概 要   | 25   |
| 多項分布と Dirichlet 分布 ·····                              | 26   |
| LDA の生成過程・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・         | 31   |
| LDA の幾何学的解釈 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・      | 35   |
| LDA の応用例 · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·        | 36   |
|   | 本書で目いる記号など         1. 統計的潜在意味解析とは         潜在的意味・トピックと潜在的共起性         潜在意味解析の歴史         統計的潜在意味解析とデータ駆動インテリジェンスの創発         確率的潜在変数モデル         企         2. Latent Dirichlet Allocation         概         多項分布と Dirichlet 分布         LDA の集成過程・         LDA の幾何学的解釈 |

## 3. 学習アルゴリズム

| 3.1 | 統計    | 的学習アルゴリズム・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・                | 40  |
|-----|-------|--|-----|
| 3.2 | サン    | プリング近似法  | 45  |
| 9   | 3.2.1 | ギブスサンプリング・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・                 | 45  |
| 9   | 3.2.2 | 周辺化ギブスサンプリング・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・              | 49  |
| ę   | 3.2.3 | LDA のギブスサンプリング   | 51  |
| ę   | 3.2.4 | LDA の周辺化ギブスサンプリング  | 55  |
| 3.3 | 変分    | 〉近似法   | 58  |
| ę   | 3.3.1 | 変 分 法  | 58  |
| ė   | 3.3.2 | 変分ベイズ法 (1)   | 59  |
| ę   | 3.3.3 | 変分ベイズ法 (2)   | 70  |
| ę   | 3.3.4 | LDA の変分ベイズ法 (準備) · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·       | 71  |
| ę   | 3.3.5 | LDA の変分ベイズ法 (1)・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・          | 73  |
| ę   | 3.3.6 | LDA の変分ベイズ法 (2)・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・          | 80  |
| 9   | 3.3.7 | LDA の変分ベイズ法 (3) · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·        | 83  |
| ę   | 3.3.8 | LDA の周辺化変分ベイズ法 · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·         | 84  |
| 3.4 | 逐次    | ベイズ学習——変分近似法の場合——・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・         | 90  |
| 9   | 3.4.1 | 確率的最適化と逐次学習  | 91  |
| ę   | 3.4.2 | 自 然 勾 配 法  | 93  |
| ę   | 3.4.3 | LDA の確率的変分ベイズ法   | 96  |
| 3.5 | 逐次    | ベイズ学習——サンプリング近似法の場合——  | 99  |
| 9   | 3.5.1 | 粒子 フィル タ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・1                             | 100 |
| ę   | 3.5.2 | LDA の粒子フィルタ・・・・・・・・・ 1                                       | 105 |
| 3.6 | Dirio | chlet 分布のパラメータ推定・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・         | 110 |
| 5   | 3.6.1 | 対称/非対称 Dirichlet 分布の性質 · · · · · · · · · · · · · · · · · · · | 110 |

| 目 | 次 | vii |
|---|---|-----|
|   |   |     |

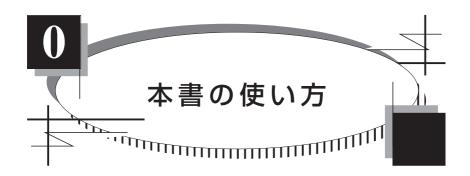
|     | 0.00   | 本の ことが (a b ) b 2 D ・ 11 ・ の ナ の ・ 2 - 2 - 2 - 2 - 2 - 2 - 2 - 2 - 2 - 2  | _                               |
|-----|--|---|---------------------------------|
|     | 3.6.2  | 変分ベイズ法における Dirichlet 分布のパラメータ推定 · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·   |                                 |
|     | 3.6.3  | 固定点反復法112   |                                 |
|     | 3.6.4  | ニュートン・ラフソン法118  | 5                               |
|     | 3.6.5  | 逐次学習–確率的ニュートン・ラフソン法 ・・・・・・118   | 8                               |
|     | 3.6.6  | 周辺化ギブスサンプリング/変分ベイズ法の場合119   | 9                               |
| 3.7 | ' 評  | 価 方 法   | 3                               |
|     | 3.7.1  | Perplexity  | 3                               |
|     | 3.7.2  | 各種学習アルゴリズムにおける Perplexity の計算方法 126   | 6                               |
|     | 3.7.3  | 新規文書における Perplexity の計算方法 · · · · · · · 129   | 9                               |
|     | 3.7.4  | Coherence   | 9                               |
| 3.8 | 各種   | 学習アルゴリズムの比較   | 2                               |
| 3.9 | モラ   | デル選択138   | 5                               |
|     |  |   |                                 |
|     |  |   |                                 |
|     |  | 4. 潜在意味空間における回帰と識別  |                                 |
|     |  | 4. 潜在意味空間における回帰と識別  |                                 |
| 4.1 | 北月   | 4. 潜在意味空間における回帰と識別 景  | 7                               |
| 4.1 |  |   |                                 |
|     |  | 景 · · · · · · · 137   | 8                               |
|     | <b>注</b> 潜在  | 景   | 8                               |
|     | · 潜在<br>4.2.1  | 景 · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·   | 8<br>8<br>9                     |
|     | 潜在<br>4.2.1<br>4.2.2   | 景   | 8<br>8<br>9                     |
|     | 差<br>4.2.1<br>4.2.2<br>4.2.3   | 景   | 8<br>8<br>9<br>0<br>5           |
|     | 潜在<br>4.2.1<br>4.2.2<br>4.2.3<br>4.2.4                               | 景   | 8<br>8<br>9<br>0<br>5           |
| 4.2 | 2. 潜在<br>4.2.1<br>4.2.2<br>4.2.3<br>4.2.4<br>4.2.5<br>4.2.6          | 景   | 8<br>8<br>9<br>0<br>5<br>7      |
| 4.2 | 2. 潜在<br>4.2.1<br>4.2.2<br>4.2.3<br>4.2.4<br>4.2.5<br>4.2.6          | 景137意味空間における回帰問題138正規回帰モデル138LDA+正規回帰モデル139LDA+正規回帰モデルの学習アルゴリズム146一般化線形モデル145LDA+一般化線形モデル147LDA+ポアソン回帰モデル147                | 8<br>8<br>9<br>0<br>5<br>7      |
| 4.2 | 2. 潜在<br>4.2.1<br>4.2.2<br>4.2.3<br>4.2.4<br>4.2.5<br>4.2.6<br>3. 潜在 | 景137意味空間における回帰問題138正規回帰モデル138LDA+正規回帰モデル139LDA+正規回帰モデルの学習アルゴリズム146一般化線形モデル145LDA+一般化線形モデル147LDA+ポアソン回帰モデル147意味空間における分類問題156 | 8<br>8<br>9<br>0<br>5<br>7<br>0 |

| viii  |        |         | ,   | 次   |     |   |   |      |         |   |
|-------|--------|---------|-----|-----|-----|---|---|------|---------|---|
| 4.3   | .4 LDA | x+SVM ∅ | 学習ア | ・ルゴ | リズム |   |   | <br> | <br>158 | ) |
|       |        |         | 5.  | 拡   | 張 モ | デ | ル |      |         |   |
| 5.1 木 | 1関構造の  | りモデリン   | グ   |     |     |   |   | <br> | <br>163 | 2 |

| 5.1.1 モデリング16                                   |
|---|
| 5.1.2 学習アルゴリズム                                  |
| $5.2$ 系列データのモデリング——統語構造のモデリング—— $\cdots 17$     |
| 5.2.1 モデリング17                                   |
| 5.2.2 学習アルゴリズム                                  |
| 5.3 時系列データのモデリング                                |
| 5.3.1 モデリング18                                   |
| 5.3.2 カルマンフィルタの基礎                               |
| 5.3.3 学習アルゴリズム                                  |
| 5.4 補助情報を考慮したモデリング・・・・・・・ 21                    |
| 5.4.1 モデリング21                                   |
| 5.4.2 学習アルゴリズム                                  |
|   |
| 付 録······21                                     |
| A.1 対数周辺尤度, KL 情報量, 変分下限の関係の証明 · · · · · · · 21 |
| A.2 ヘッセ行列の逆行列・・・・・・ 21                          |
| A.3 KL 情報量とフィッシャー情報行列の関係 · · · · · · 21         |
| A.4 制約なし最適化・・・・・・・・ 22                          |
| A.4.1 最 急 降 下 法 · · · · · · · 22                |
| A.4.2 共 役 性22                                   |
| A.4.3 共役勾配法22                                   |
| A.5 制約付き最適化・・・・・・・ 22                           |

|      |       | _   | Н   | (A) | IX  |
|------|-------|---|-----|-----|-----|
| A    | .5.1  | ラグランジュ未定乗数法と KKT                              | 条件  |     | 225 |
| A    | .5.2  | ラグランジュ緩和と双対問題                                 |     |     | 226 |
| A.6  | 双対    | 座標降下法による SVM の学習 ‥                            |     |     | 228 |
| A    | .6.1  | SVM の双対問題                                     |     |     | 228 |
| A    | .6.2  | 双対座標降下法 · · · · · · · · · · · · · · · · · · · |     |     | 229 |
| A    | .6.3  | 双対座標降下法の収束定理                                  |     |     | 232 |
| A.7  | 確率    | 的最適化  |     |     | 233 |
| A.8  | ラプ    | ラス変分ベイズ法                                      |     |     | 236 |
| A    | .8.1  | ラプラス近似と変分ベイズ法への                               | )適用 |     | 236 |
| A    | .8.2  | CTM におけるラプラス変分べイ                              | ズ法  |     | 238 |
| A.9  | ベク    | トルと行列の基本的な演算公式 …                              |     |     | 240 |
| A.10 | 期待    | 序値,分散,共分散の基礎・・・・・・・                           |     |     | 241 |
| A.11 | 正規    | 見分布の基礎  |     |     | 243 |
| A    | .11.1 | 対 称 性   |     |     | 243 |
| A    | .11.2 | 正規分布間の基本的な計算                                  |     |     | 243 |
| A    | .11.3 | 多次元正規分布の条件付き確率                                | 分布  |     | 247 |
|      |       |   |     |     |     |
| 引用   | ・参    | 考文献   |     |     | 251 |

索



本章では、本書の読み方および本書で用いる記号について説明する。なお、本書を読む前に本シリーズの『言語処理のための 機械学習入門』 $^{53}$ †をあらかじめ読んでおくことが望ましい。もしくは、必要に応じて関連項目を参照されたい。

### 0.1 本書の読み方

図 0.1 に、各章と付録の関係を示す。基本的な読み方としては、1章から読み進め、付録を適宜参照するという直線的な方法をお勧めする。これは、図中の「一般的な読み方」を表す矢印の順番通りに読み進めていけばよい。

各章から付録への矢印には2種類ある。実線の矢印は、各章の中で証明などを省くときに用いる。特に、証明は後で確認すればよいという方は、省略して構わないが、後回しにしたとしてもいずれは読んでおいたほうがよいだろう。一点鎖線の矢印は、発展的な内容になるため、意欲のある読者のみを対象としている。特に、現時点における機械学習技術について可能な限り新しい技術について取り上げている。それゆえに、数学的には難しい内容となっているところもある。

付録から各章への矢印は、事前に知っておいたほうがよい基礎知識である。 依存関係のある各章へ入る前に事前に読んでおくとよいだろう。

図中の「概要をつかむ読み方」は、モデリングだけを先取りして概観すると

<sup>†</sup> 肩付き数字は、巻末の引用・参考文献の番号を表す。

#### 2 0. 本書の使い方

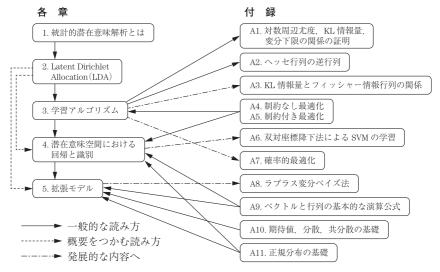


図 0.1 各章と付録の関係および本書の流れ

いう読み方である。本書が数学的に難しいと感じる原因は、学習アルゴリズム の導出にある。したがって、学習アルゴリズムの導出はひとまずおいて、モデ リングの部分だけを読み進めてもよいだろう。このように概観することで、本 書でどのような問題とモデリングを習得できるのかわかるはずである。

### 0.2 各章と付録の説明

1章では、統計的潜在意味解析に関する概要と歴史的な背景を説明する。「潜在的意味」や「潜在トピック」についての説明†を行う。また、統計的潜在意味解析が基礎として用いる確率的潜在変数モデルについて説明する。「潜在的意味」や「潜在トピック」というのは、一言でいえば、確率的潜在変数モデルにおける潜在変数が示す状態のことである。また、データの生成過程に着目した確率的生成モデルという考え方や、統計モデルを視覚的に表現するグラフィカルモデルについて説明する。

<sup>†</sup> ただし、明確な定義があるわけではない。

2章では、現在この分野での中心的な確率的潜在変数モデルである Latent Dirichlet Allocation (LDA) について概要を説明する。また、LDA の言語デー タ以外への応用についても紹介する。

3章では、LDAの学習アルゴリズムについて説明する。機械学習の研究は、 おもに以下の二つからなる。

- モデリングの研究:対象をどのようにモデリングするか
- アルゴリズムの研究:あるモデルをどのように学習するか

LDA 自体は、統計モデルにすぎず、2章では、最初の「文書をどのようにモ デリングするか | というのがテーマである。本章では、二つ目の「LDA をどの ように学習するか」について説明する。これまで、LDA の学習アルゴリズムと して多数の方法が提案されてきた。本書では、この学習アルゴリズムの代表的 なものを紹介する。おそらく、この3章が本書の最初の「山場」である。多く の読者が本書で挫折するとすれば、この章である。しかし、本書の特徴の一つ はこの3章にあるといってよい。ここでは、LDAの学習アルゴリズムの導出を 目標として、近年の機械学習分野で提案されているさまざまな学習アルゴリズ ムを説明する。したがって、本章を習得すれば、確率的潜在変数モデルなどで 近年よく使われている学習アルゴリズムを一気に習得できてしまうのである。

4章と5章では、LDAの拡張モデルに関する研究について説明する。これら の章の目的は、おもに三つある。

- 3章で身につけた学習アルゴリズムの知識を発展させる:3章で学ぶ学習 アルゴリズムだけでは、多種多様な LDA の拡張モデルに対応できない。 したがって、本章で用いられている数学的な技術を習得することで、よ り広範囲なモデルに対する学習アルゴリズムの導出が可能となる。
- ほかの機械学習技術の知識を身につける:LDA の拡張モデルは、ほかの 機械学習技術と結びついているため、それらの知識を同時に身に付ける。 例えば、機械学習技術として有名な、線形同帰モデル(さらに一般化線 形モデルへの拡張), Support Vector Machine (SVM), ロジスティック 回帰モデル、隠れマルコフモデル、カルマンフィルタなどについて知る

## 4 0. 本書の使い方

ことができる。

• 現象をモデリングする技術を習得する:LDA を拡張する研究では、データに現れるであろうさまざまな現象を統計モデルで表現する。したがって、LDA の拡張モデルを学ぶことは、現象を統計モデルで表現する方法を学ぶことにほかならない。

最後に、付録には、本書で必要となる確率・統計、最適化の基本的な項目を 載せた。さらに、発展的な内容として、近年の機械学習技術の中で重要と思え る項目を入れた。例えば、SVM の学習アルゴリズムは、Sequential Minimal Optimization (SMO) が有名であるが、ここでは、比較的新しい双対座標降下 法と呼ばれる方法を説明した。

また、付録 A.11.3 で説明している「多次元正規分布の条件付き確率分布」の計算のように比較的有名な計算方法には、従来のよく知られた導出(この場合は逆行列を駆使するものがよく知られている)ではなく、多少視点の異なる導出を説明することで、ほかの本とは異なる知識が得られるように工夫している。したがって、すでに知っている項目も一度目を通していただきたい。

### 0.3 本書で用いる記号など

本書を読み進めていくと

\_\_\_\_\_\_ 以下を読む前に考えてみよう \_\_\_\_\_

という箇所が出てくるだろう。ここでは文字とおり、一度立ち止まって自分で考えていただきたい。本書には、練習問題を挙げない代わりに、自分で考えるタイミングを用意した。研究で重要なことは、自分の頭で考えることである。手を動かさなくとも一度立ち止まって考えてみるだけでもよい。ここで重要なことは、練習問題として自分で「解く」という行為ではなく、自分自身で「考える」ことなのであるから、それを意識してもらいたい。

式中の波線や二重線は、その箇所を注目して欲しい場合に用いている。特

に、式変形の補助的な役割の場合が多い。例えば、式中で 波線 が付けられた項 は、近くにあるほかの項に付けられた波線に関係している、もしくは同一の式 の場合がある。

本書の式には、一部を除き原則として式番号を付けた。通常、参照しない式 には式番号を付ける必要はないが、議論の場では「式(29)が」などと直接指す ことができると話が早いからである。

そのほかいくつかの基本的な記号について説明しておく。ここでは、本書で 使わなかったとしても、本書に関係する論文などを読み進める上でよく使われ る記号についても説明しておく。また、本書中でも、適宜説明は入れるが、わ からない記号などがあれば、ここへ戻ってきて参照されたい。

- $\mathbb{R}^K: K$  次元実数ベクトルの集合を表す。
- 集合の記号:集合  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  を  $\{x_i\}_{i=1}^n$  などと表す。
- バックスラッシュ「\」:集合から特定の集合を取り除くときに用いる。例え ば、集合  $\{a,b,c,d\}$  から集合  $\{a,b\}$  を取り除いた集合を  $\{a,b,c,d\}\setminus\{a,b\}$  $(=\{c,d\})$  などと書く。また、要素を取り除く場合は、簡略化してバ ックスラッシュの後に要素を表す記号のみ用いる。例えば、 $\{b, c, d\}$  =  $\{a,b,c,d\}\setminus a$  などと書く。さらに、集合によって計算される量から特定の 要素を省く場合にもバックスラッシュを用いる。例えば、 $\{x_i\}_{i=1}^n$  の各要素 には1から6の値が入っているとしよう(サイコロの出た目を想像すると よい)。 $\{x_i\}_{i=1}^n$  の中で値が k であるような要素の個数を  $n_k$  とする $^{\dagger}$ 。j 番 目の要素の値 $x_i$ を省いた個数を $n_k^{\setminus j}$ などと上付き添字で表現する。
- 太字:ある変数のベクトルは太字で表す。例えば、 $x \in \mathbb{R}^n$  は、 $x = \infty$  $(x_1, x_2, \dots, x_n), x_i \in \mathbb{R}(i = 1, 2, \dots, n)$  である。また、変数  $x_{i,i}$   $(i = 1, 2, \dots, n)$  $1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m$ ) のとき、片方の添字を伏せた太字は、 $x_i =$  $(x_{i,1},x_{i,2},\cdots,x_{i,m})$  を表し、すべての添字を伏せた太字は、 $\boldsymbol{x}=(\boldsymbol{x}_1,x_1,\cdots,x_{i,m})$  $x_2, \cdots, x_n$ ) を表す。

もちろん、集合なので値だけみると同じ値のものは2個以上存在しない。ここでは、変 数  $x_i$  の集合であり、変数としてはそれぞれ違うものであると考えていただきたい。

#### 6 0. 本書の使い方

- **0**:要素がすべて 0 のベクトルを表す。
- 和記号: $i=1,2,\cdots,n$  のとき、 $\sum_{i=1}^n$  を省略して、 $\sum_i$  などと書く。また、集合  $S=1,2,\cdots,n$  を用いて、 $\sum_{i\in S}$  などと書く場合もある。j 以外の和を取る場合は、 $\sum_{\{1,2,\cdots,n\}\setminus j}$  または  $\sum_{i\neq j}$  などと書く。確率変数 z が  $1,2,\cdots,K$  の値を取り、それぞれの確率を p(z=k) とするとき、ある z の関数 f(z) の p(z) による期待値計算を  $\mathbb{E}_{p(z)}[f(z)]=\sum_{i=1}^K q(z=k)$

 $k)f(z=k) = \sum q(z)f(z)$  などと省略して書く。

- ドット「・」による和:変数  $x_{i,j}$   $(i=1,2,\cdots,n,\ j=1,2,\cdots,m)$  のとき、 $x_{i,\cdot}=\sum_{i=1}^m x_{i,j}$  および  $x_{\cdot,j}=\sum_{i=1}^n x_{i,j}$  を表す。
- O:要素がすべて0の行列を表す。
- Tr(A): 行列 A のトレースを表す。
- $\operatorname{diag}(\boldsymbol{v})$ : ベクトル  $\boldsymbol{v} = (v_1, \cdots, v_K)$  を対角要素とする対角行列を表す。
- |A|: 行列 A の行列式を表す。
- $A^{\top}$ : 行列 A の転置を表す。
- $A^{-1}$ : 行列 A の逆行列を表す。
- *I* または *E*: 単位行列を表す。式の見やすさによって使い分ける。
- $A \equiv B : \lceil A \in B$ と定義する」を意味する。
- $x \perp y \mid z : z$  が与えられた下で、 $x \ge y$  は条件付き独立性である。
- $\int f(x,y)dxdy$ :  $\int$  で一重積分と多重積分の両方を表す。
- 偏微分: 関数 f(x,y) の、x に関する偏微分を  $\frac{\partial}{\partial x} f(x,y)$  または  $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}$  と書く。これを単に「微分する」と書くこともある。
- $x \sim P(x)$ :「確率分布 P(x) から x が生成される」,または「確率変数 x が確率分布 P(x) に従う」ことを表す。例えば,平均 m,分散  $\sigma$  の 1 次元正規分布を  $\mathcal{N}(x|m,\sigma)$  と表したとき, $x \sim \mathcal{N}(x|m,\sigma)$  として「 $\mathcal{N}(x|m,\sigma)$

からxが生成される」、または「確率変数xが $\mathcal{N}(x|m,\sigma)$ に従う」こと を表す。 $x \sim \mathcal{N}(m, \sigma)$  のように x を省略して書くこともある。

•  $\delta$ (条件式) または $\mathbf{1}$ (条件式): 条件式が満たされたとき1 を、そうでない ときに0を返す関数である。例えば、 $\delta(x=y)$  はx=y のときに1を返 す。 $\delta(\cdot)$  と  $\mathbf{1}(\cdot)$  は、式の見やすさによって使い分ける。ちなみに、括弧 () 内の変数を省略して関数を書く場合には、このようにドットを使うこ ともある。

# 索引

| [[[]]       |     | 【け】        |      | 制約なし最適化問題   | 220    |
|-------------|-----|------------|------|-------------|--------|
|             |     |            |      | 積分消去        | 49     |
| イエンセンの不等式   | 61  | 系列データ      | 172  | 線形回帰モデル     | 137    |
| 一括学習        | 90  | [2]        |      | 潜在トピック      | 9      |
| 一般化線形モデル    | 145 | []         |      | 潜在トピックモデル   | 25     |
| 因子分解        | 60  | 固定点反復法     | 112  | 潜在変数        | 16     |
| 【お】         |     | 【さ】        |      | 【そ】         |        |
| オンライン学習     | 91  | 最急降下法      | 220  | 双対関数        | 227    |
| 11          |     | 最適解の必要条件   | 221  | 双対ギャップ      | 227    |
| 【か】         |     | 最適性条件      | 221  | 双対座標降下法     | 229    |
| 回帰問題        | 137 | 最尤推定       | 42   | 双対問題        | 227    |
| 階層ベイズモデル    | 14  | 座標降下法      | 229  | ソフトマージン     | 155    |
| ガウス回帰モデル    | 139 | サンプリング近似法  | 45   | 【た】         |        |
| ガウス分布       | 139 | [L]        |      | [/=]        |        |
| 確率的勾配       | 92  | [0]        |      | 多クラスロジスティッ  | ク      |
| 確率的最適化      | 91  | 識別問題       | 137  | 回帰モデル       | 153    |
| 確率的生成モデル    | 17  | 事後確率最大推定   | 43   | 多項分布        | 26     |
| 確率的潜在変数モデル  | 16  | 自己相互情報量    | 131  | 単 体         | 27, 35 |
| 確率的変分ベイズ法   | 91  | 自然勾配法      | 93   | 【ち】         |        |
| 隠れマルコフモデル   | 172 | 弱双対定理      | 227  | [5]         |        |
| カルバック・ライブラー | -   | 周辺化        | 49   | 逐次学習        | 91     |
| 情報量         | 41  | 周辺化ギブスサンプリ | ング45 | 直線探索        | 221    |
| ガンマ関数       | 27  | 周辺化変分ベイズ法  | 84   | <b>(</b> 7) |        |
| 【き】         |     | 主問題        | 227  |             |        |
|             |     | 条件付き独立性    | 20   | ディガンマ関数     | 71     |
| ギブスサンプリング   | 45  | 状態空間モデル    | 185  | テイラー展開      | 87     |
| 教師あり学習      | 137 | 人工知能       | 14   | 低ランク近似行列    | 11     |
| 強凸関数        | 233 | シンタックス     | 173  | 停留点         | 221    |
| 共役勾配法       | 149 | 【せ】        |      | データ駆動       |        |
| 共役事前分布      | 28  |            |      | インテリジェンス    | 14     |
| 近似事後分布      | 60  | 正規回帰モデル    | 139  | 点推定         | 43, 83 |
| [<]         |     | 正定値        | 222  | (と)         |        |
|             |     | 正定値行列      | 221  |             |        |
| グラフィカルモデル   | 17  | 制約付き最適化問題  | 224  | 統計的潜在意味解析   | 8      |
|             |     | 制約付きベイズ学習  | 157  | 統語論         | 173    |
|             |     |            |      |             |        |

最適化問題

225

ロビンス・モンロー型

91

|                         | /   | \                        | /   | \                      |     |
|-------------------------|-----|--------------------------|-----|------------------------|-----|
|                         | \   | /                        | \   | /                      |     |
| 7.4.1                   |     | conjugate gradient       |     | method                 | 229 |
| <b>(A)</b>              |     | method                   | 149 | dual function          | 227 |
| artificial intelligence | 14  | conjugate prior          | 28  | duality gap            | 227 |
| [B]                     |     | constrained Bayesian     |     | dynamic topic model    | 184 |
|                         |     | learning                 | 157 | (E)                    |     |
| bag of words            | 25  | coordinate descent       |     | (E)                    |     |
| batch learning          | 90  | method                   | 229 | effective sample size  | 104 |
| Bayesian learning       | 20  | correlated topic model   | 163 | ESS                    | 104 |
| Bayes theorem           | 20  | CTM                      | 163 | <b>(F)</b>             |     |
| BoW                     | 25  | CVB                      | 84  | (1)                    |     |
| burn-in period          | 51  | [D]                      |     | factorization          | 60  |
| [C]                     |     | נתו                      |     | filtration             | 234 |
|                         |     | data-driven intelligence | 14  | Fisher information     |     |
| classification problem  | 137 | Dirichlet 分布             | 26  | matrix                 | 95  |
| Coherence               | 123 | Dirichlet distribution   | 26  | fixed point iteration  | 112 |
| collapsed Gibbs         |     | Dirichlet-多項回帰モデル        | 215 | [G]                    |     |
| sampling                | 45  | Dirichlet-multinomial    |     | [G]                    |     |
| collapsed variational   |     | regression model         | 215 | gamma function         | 27  |
| Bayesian method         | 84  | DTM                      | 184 | Gauss distribution     | 139 |
| conditional             |     | dual                     | 227 | Gauss regression model | 139 |
| independence            | 20  | dual coordinate descent  | 5   | generalization ability | 42  |
|                         |     |                          |     |                        |     |

索 引 259

| generalized linear<br>model  | 145  | Lipchitz condition logistic regression   | 234  | probabilistic latent variable model   | 16   |
|--|--|--|--|---|--|
| Gibbs sampling   | 45   | model  | 137  | (R)   |  |
| graphical model  | 17   | low rank approximation   | on 11  |   |  |
| (H)  |  | [M]  |  | regression problem resampling   | 137<br>104                                       |
| Hessian matrix   | 116  | MAP 推定   | 43   | Robbins-Monro 型   | 91   |
| hidden Markov model  | 172  | maximum a posteriori   |  |   | 01   |
| hierarchical Bayes mod   |  | 推定   | 43   | (S)   |  |
| HMM  | 172  | maximum likelihood   |  | simplex 27  | , 35   |
| HMM-LDA  | 172  | estimation   | 42   | singular value  | ,  |
| human intelligence   | 14   | multi-class logistic   |  | decomposition   | 10   |
| 7-1  |  | regression model   | 153  | soft margin   | 155  |
| <b>[</b> J]  |  | multinomial distribution   | on 26  | state space model   | 185  |
| Jensen の不等式  | 61   | [DI]   |  | stationary point  | 221  |
| [77]   |  | (N)  |  | statistical latent  |  |
| (K)  |  | natural gradient meth-   | od 93  | semantic analysis   | 8  |
| Karush-Kuhn-Tucker   | 条件   | Newton-Raphson 法   | 112  | steepest descent  |  |
|  | 226  | normal regression  |  | method  | 220  |
| KKT  | 226  | model  | 139  | stochastic gradient   | 92   |
| KL divergence  | 41   | [0]  |  | stochastic optimization $$  | 91   |
| Kullback-Leibler 情報量   | £ 41   | [0]  |  | stochastic variational  |  |
| (L)  |  | online learning  | 91   | Bayesian method   | 91   |
| [11]   |  | (P)  |  | strongly convex   |  |
| Lagrange function  | 225  | 11   |  | function  | 233  |
| Lagrange multiplier  | 225  |  |  | . 11 .  |  |
|  | 220  | particle filter  | 99   | supervised learning   | 137  |
| Lagrange multiplier  |  | Perplexity   | 123  | support vector machine  | 137  |
| method   | 225  | Perplexity PMI   | 123<br>131   | support vector machine SVM 137,   | 137<br>155                                       |
| method<br>Lagrange relaxation  | 225<br>226   | Perplexity PMI point estimation  | 123  | support vector machine  | 137  |
| method Lagrange relaxation Laplace approximation   | 225<br>226   | Perplexity PMI point estimation pointwise mutual   | 123<br>131<br>43, 83   | support vector machine SVM 137, syntax  | 137<br>155                                       |
| method Lagrange relaxation Laplace approximation Laplace variational   | 225<br>226   | Perplexity PMI point estimation pointwise mutual information   | 123<br>131<br>43, 83<br>131  | support vector machine SVM 137, syntax [T]  | 137<br>155<br>173                                |
| method Lagrange relaxation Laplace approximation Laplace variational Bayesian method   | 225<br>226<br>236  | Perplexity PMI point estimation pointwise mutual information Poisson distribution  | 123<br>131<br>43, 83   | support vector machine SVM 137, syntax [T] Taylor expansion   | 137<br>155<br>173<br>87                          |
| method Lagrange relaxation Laplace approximation Laplace variational Bayesian method 170   | 225<br>226   | Perplexity PMI point estimation pointwise mutual information Poisson distribution Poisson regression   | 123<br>131<br>43, 83<br>131<br>146                                       | support vector machine SVM 137, syntax [T]  | 137<br>155<br>173                                |
| method Lagrange relaxation Laplace approximation Laplace variational Bayesian method 170 latent Dirichlet  | 225<br>226<br>236<br>, 236                                       | Perplexity PMI point estimation pointwise mutual information Poisson distribution Poisson regression model   | 123<br>131<br>43, 83<br>131<br>146                                       | support vector machine SVM 137, syntax [T] Taylor expansion   | 137<br>155<br>173<br>87                          |
| method Lagrange relaxation Laplace approximation Laplace variational Bayesian method 170 latent Dirichlet allocation   | 225<br>226<br>236<br>, 236                                       | Perplexity PMI point estimation pointwise mutual information Poisson distribution Poisson regression model Polak–Ribiere method  | 123<br>131<br>43, 83<br>131<br>146<br>146<br>224                         | support vector machine SVM 137, syntax  [T] Taylor expansion trigamma function  [V]   | 137<br>155<br>173<br>87                          |
| method Lagrange relaxation Laplace approximation Laplace variational Bayesian method 170 latent Dirichlet allocation latent topic  | 225<br>226<br>236<br>, 236                                       | Perplexity PMI point estimation pointwise mutual information Poisson distribution Poisson regression model Polak-Ribiere method Positive-definite  | 123<br>131<br>13, 83<br>131<br>146<br>146<br>224<br>222                  | support vector machine SVM 137, syntax  [T] Taylor expansion trigamma function [V] variational Bayesian   | 137<br>155<br>173<br>87<br>117                   |
| method Lagrange relaxation Laplace approximation Laplace variational Bayesian method 170 latent Dirichlet allocation latent topic latent topic model                     | 225<br>226<br>236<br>, 236<br>, 236<br>25<br>9<br>25             | Perplexity PMI point estimation pointwise mutual information Poisson distribution Poisson regression model Polak-Ribiere method Positive-definite positive-definite matri                                | 123<br>131<br>43, 83<br>131<br>146<br>146<br>224<br>222<br>ix 221        | support vector machine SVM 137, syntax  [T] Taylor expansion trigamma function [V] variational Bayesian method  | 137<br>155<br>173<br>87<br>117                   |
| method Lagrange relaxation Laplace approximation Laplace variational Bayesian method 170 latent Dirichlet allocation latent topic latent topic model latent variable     | 225<br>226<br>236<br>, 236<br>, 236<br>25<br>9<br>25<br>16       | Perplexity PMI point estimation pointwise mutual information Poisson distribution Poisson regression model Polak–Ribiere method Positive–definite positive–definite matri                                | 123<br>131<br>43, 83<br>131<br>146<br>146<br>224<br>222<br>xx 221<br>227 | support vector machine SVM 137, syntax  [T] Taylor expansion trigamma function [V] variational Bayesian method variational lower-bound                    | 137<br>155<br>173<br>87<br>117<br>58<br>61       |
| method Lagrange relaxation Laplace approximation Laplace variational Bayesian method 170 latent Dirichlet allocation latent topic latent topic model latent variable LDA | 225<br>226<br>236<br>, 236<br>, 236<br>25<br>9<br>25<br>16<br>25 | Perplexity PMI point estimation pointwise mutual information Poisson distribution Poisson regression model Polak-Ribiere method Positive-definite positive-definite matri primal probabilistic generativ | 123<br>131<br>43, 83<br>131<br>146<br>146<br>224<br>222<br>x 221<br>227  | support vector machine SVM 137, syntax  [T] Taylor expansion trigamma function [V] variational Bayesian method variational lower-bound variational method | 137<br>155<br>173<br>87<br>117<br>58<br>61<br>58 |
| method Lagrange relaxation Laplace approximation Laplace variational Bayesian method 170 latent Dirichlet allocation latent topic latent topic model latent variable     | 225<br>226<br>236<br>, 236<br>, 236<br>25<br>9<br>25<br>16<br>25 | Perplexity PMI point estimation pointwise mutual information Poisson distribution Poisson regression model Polak–Ribiere method Positive–definite positive–definite matri                                | 123<br>131<br>43, 83<br>131<br>146<br>146<br>224<br>222<br>xx 221<br>227 | support vector machine SVM 137, syntax  [T] Taylor expansion trigamma function [V] variational Bayesian method variational lower-bound                    | 137<br>155<br>173<br>87<br>117<br>58<br>61       |

#### ---- 監修者・著者略歴 ----

奥村 学(おくむら まなぶ) 佐藤 一誠(さとう いっせい)

1984年 東京工業大学工学部情報工学科

卒業

1989年 東京工業大学大学院博士課程

修了(情報工学専攻),工学博士

1989年 東京工業大学助手

1992年 北陸先端科学技術大学院大学

助教授

2000年 東京工業大学助教授

2007年 東京工業大学准教授

2009年 東京工業大学教授

現在に至る

2011年 東京大学大学院情報理工学系研

究科博士課程修了(数理情報学

専攻), 博士(情報理工学)

2011年 東京大学情報基盤センター助教

2013年 科学技術振興機構 さきがけ研究 員 (兼務)

現在に至る

#### トピックモデルによる統計的潜在意味解析

Statistical Latent Semantic Analysis Based on Topic Model

© Issei Sato 2015

2015 年 4 月 6 日 初版第 1 刷発行

検印省略

監修者 奥 村 学 岩 佐 藤

発 行 者 株式会社 コロナ社 代表者 牛来真也

三美印刷株式会社 印刷所

112-0011 東京都文京区千石 4-46-10

発行所 株式会社 コロナ社 CORONA PUBLISHING CO., LTD.

Tokyo Japan

振替 00140-8-14844 · 電話 (03) 3941-3131 (代)

ホームページ http://www.coronasha.co.ip

ISBN 978-4-339-02758-7 (新井) (製本:愛千製本所)

Printed in Japan



本書のコピー、スキャン、デジタル化等の 無断複製・転載は著作権法上での例外を除 き禁じられております。購入者以外の第三 者による本書の電子データ化及び電子書籍 化は、いかなる場合も認めておりません。

落丁・乱丁本はお取替えいたします