

# ま え が き

本書の内容は「安定化フィードバック制御ならびに最適化フィードバック制御の理論」である。制御目的の根幹は安定化と最適化であり、その制御方式の本質はフィードバックということである。したがって、この本は制御問題の最も基本的な課題を取り扱っているといえる。線形システムの制御についてはすでに多くのテキストが出版されているので、本書では主として非線形システムのフィードバック制御を考える。この本は理論を主体に書かれているが、各章のテーマはみな具体的に制御則のシンセシスが可能であり、実際に応用可能なものばかりである。

本書の内容構成は以下のようにになっている。1章ではフィードバック制御の概要を述べる。2~7章は安定化フィードバック制御、8~11章は最適化フィードバック制御についての記述である。最後の12章ではPID制御とその拡張であるP・SPR・D+I制御を解説する。各章とも、主としてレギュレータ問題と設定点サーボ問題にテーマを絞り、ロバスト制御、適応制御などは割愛した。

以下、2章以降の内容を簡単に紹介しよう。2章では非線形制御システムの基礎理論として、まず非線形システムの線形化ならびに可安定性について説明する。つぎに非線形システムの性質として標準形と零ダイナミクス、最小位相系、厳密線形化などを解説し、状態フィードバックと高ゲイン出力フィードバックについて記述する。さらに、入出力安定性に関して  $L_p$  安定を解説し、フィードバック系の入出力安定と小ゲイン定理を述べる。

3章では非線形システムの安定性理論であるリアプノフ定理を紹介し、リアプノフ直接法に基づく安定化制御について述べる。また、リアプノフ直接法の一般化であるLaSalleの不変性原理を説明する。さらに、最近の話題である制御リアプノフ関数やバックステッピング法を紹介する。

4章では、システムの消散性と受動性を定義し、受動性理論に基づく非線形システムの安定化制御について考える。すなわち、受動性判別のための Kalman-Yakubovich-Popov 特性やフィードバック系の  $L_p$  安定を与える受動定理やポポフの定理などを紹介する。

5章では、直接勾配降下制御と呼ばれる関数空間における勾配降下法に基づく一般非線形システムの安定化制御法について述べる。直接勾配降下制御は最も一般性のある制御方式だが、簡便でわかりやすく、広く応用できる。

6章は中心多様体理論に基づく漸近安定化制御の話である。よく知られているように、線形化システムが虚軸上に固有値を有するシステムは、その線形化システムからは局所的にも安定性すら論じることができない。しかし、中心多様体理論の導入によって、このようないわゆるクリティカルケースの安定化を解析できる。ここでは、中心多様体写像を用いて、標準的非線形レギュレータ問題ならびに非線形サーボ問題（非線形出力レギュレーション問題）を解く。

以上、2~6章は状態フィードバックを前提に論じたが、7章は出力フィードバックによる安定化制御を考察する。初めに線形多変数システムの出力フィードバックによる任意固有値配置問題を考え、つぎにアフィン非線形システムの安定化制御のための高ゲイン出力フィードバック定理を述べる。

本書の後半では、非線形システムの最適化フィードバック制御について解説する。従来の最適制御の理論と計算法はほとんど開ループ系における最適制御入力を時間関数としてシンセシスするものであったが、ここでは制御入力を状態の関数として与える最適状態フィードバック制御則の研究に限って述べる。

8章では、前段として、古典的な変分法に基づく最適制御理論を簡単に述べる。そして、ポントリャーギンの最小原理を紹介する。また制御入力に関する評価汎関数の勾配関数を導出し、直接的に最適性条件を誘導する理論を述べる。

9章では、一般非線形システムにおける最適化フィードバック制御の最重要理論であるハミルトン-ヤコビ方程式について述べる。ハミルトン-ヤコビ方程式は Bellman のダイナミックプログラミング（動的計画法）から誘導される。そして、ハミルトン-ヤコビ方程式の解である値関数を使って最適化フィード

バック制御則を陽的に表現することができる。また、最適制御の基本的な必要条件であるハミルトン-ヤコビの正準系を誘導する。

10章では、線形システムの線形2次形(LQ)最適レギュレータ問題と、そのリカッチ方程式に基づく最適化フィードバック制御則のシンセシスを説明する。

11章では、非線形最適レギュレータ問題に対する定常ハミルトン-ヤコビ方程式の解析を行い、その可解性と安定化の性質を解説する。また、ニューラルネットによるハミルトン-ヤコビ方程式の近似解法を述べる。

最後の12章では、現場で広く利用されているPID制御を現代制御論の立場から論じる。従来からよく知られているスカラ系(1入力1出力システム)のPID制御の話は割愛して、主として線形多変数システムと非線形システムのPID制御ならびにP・SPR・D+I制御による安定化を解説する。ここでは、従来のP, I, D機能にSPR(strict positive real; 強正実)機能を追加することによって、安定化機能を大幅に改善できることを示す。そして、線形多変数システムのPID制御による固有値配置やP・SPR・D+I制御による漸近安定化、さらに時間遅れシステムのP・SPR・D+I制御やアフィン非線形システムのP・SPR・D制御による安定化などを解説する。

以上が非線形システムの「安定化フィードバック制御ならびに最適化フィードバック制御の理論」のあらすじである。本書は理工学部専門課程と大学院の学生、ならびに第一線の制御技術者を対象に書かれた専門書である。内容的にかなり高度ではあるが、全般に自己充足的な記述になっており、微分方程式と線形代数の基礎知識ならびに線形制御理論の初等的な知識があれば理解できるように配慮されている。また、ほとんどの定理に証明を与えた。非線形制御全般を解説した和書は少ないので、現代制御論を活用して非線形システムの制御の研究・開発・応用を志す人々の参考書になれば幸いである。

本書の執筆にあたり、多々ご協力いただいた慶應義塾大学理工学部システム制御研究室の学生諸君ならびにコロナ社の諸氏に深く感謝の意を表します。

2013年9月

たまプラーザにて 志水 清孝

# 目 次

## 1. フィードバック制御とは

1.1	フィードバック制御系の構成	1
1.2	状態フィードバック制御と出力フィードバック制御	4
1.3	P I D 制 御	8
1.4	フィードフォワード制御系	11
1.5	フィードバック+フィードフォワード制御法 (2 自由度制御系)	12
	引用・参考文献	16

## 2. 非線形制御システムの基礎理論

2.1	非線形システムの可安定性とフィードバック制御	17
2.1.1	非線形システムの可安定性	17
2.1.2	連続状態フィードバック制御則による安定化可能性	22
2.2	相 対 次 数	26
2.2.1	一般非線形システムの相対次数	26
2.2.2	アフィン非線形システムの相対次数	28
2.3	標準形 (ノーマルフォーム) と零ダイナミクス	30
2.3.1	標準形 (ノーマルフォーム)	30
2.3.2	零ダイナミクス	35
2.3.3	最小位相系の状態フィードバックによる局所的漸近安定化	37
2.3.4	高ゲイン出力フィードバックによる局所的漸近安定化	41

2.4 入出力安定性	42
2.4.1 入出力写像, $L_p$ 空間, 拡張 $L_p$ 空間, 因果性	42
2.4.2 $L_p$ 安定性	46
2.4.3 入出力安定性と内部安定性	48
2.4.4 フィードバック系 (閉ループ系) の入出力安定性と小ゲイン定理	49
引用・参考文献	53

### 3. リアプノフの安定理論に基づく安定化制御

3.1 安定性の定義	55
3.2 リアプノフの安定判別法 (リアプノフの直接法)	59
3.2.1 リアプノフの安定定理	59
3.2.2 線形システムに対するリアプノフの安定定理	66
3.2.3 リアプノフ関数の構成法 (Zubov の方法)	70
3.3 不変集合の安定性とリアプノフの直接法の一般化	73
3.4 線形化システムに基づくリアプノフ安定判別法 (リアプノフの間接法)	75
3.5 制御リアプノフ関数	77
3.6 バックステッピング法	80
3.7 最小位相システムの状態フィードバックによる大域的漸近安定化	90
3.8 ニューラルネットによる非線形安定化制御器の近似構成	95
引用・参考文献	98

### 4. 受動性理論に基づく安定化制御

4.1 消散性と受動性	100
4.2 受動的システムの並列 (フィードフォワード) 接続と フィードバック接続	106

4.3	リアプノフの安定性と受動性	108
4.3.1	リアプノフの安定性	108
4.3.2	準正定なリアプノフ関数による安定性	111
4.3.3	受動的なシステムの安定性	112
4.4	システムの受動性判別	116
4.4.1	アフィン非線形システムの受動性と K-Y-P 特性	116
4.4.2	線形システムの受動性と K-Y-P 補題	117
4.5	フィードバック受動化	118
4.5.1	安定化の道具としての受動性	118
4.5.2	アフィン非線形システムの状態フィードバック受動化	119
4.5.3	線形システムの状態フィードバック受動化	124
4.5.4	直列結合システムのフィードバック受動化	128
4.6	受動定理	131
4.7	ルーリエ系の絶対安定とポポフの定理	133
	引用・参考文献	138

## 5. 直接勾配降下制御

5.1	直接勾配降下制御の定式化	140
5.2	安定性解析	146
5.3	局所的漸近安定化	151
5.4	直接勾配降下制御の設計手順	157
5.5	修正型直接勾配降下制御	160
5.6	拡張型直接勾配降下制御	164
5.7	直接勾配降下制御の非ホロミックシステムへの応用	169
5.7.1	可変拘束制御法	169
5.7.2	可変拘束制御法に基づく 2 段階直接勾配降下制御	171
	引用・参考文献	176

## 6. 中心多様体に基づく安定化制御

6.1 安定多様体と中心多様体の理論	178
6.1.1 安定多様体	178
6.1.2 中心多様体	182
6.1.3 中心多様体写像	184
6.2 非線形レギュレータ問題	188
6.2.1 Aeyels の設計法 (多項式近似法)	188
6.2.2 ニューラルネットによる中心多様体写像と制御則の最良近似	195
6.2.3 アフィン非線形システムの場合	204
6.3 非線形サーボ問題 (非線形出力レギュレーション問題)	207
6.3.1 定常応答について	207
6.3.2 非線形出力レギュレーション	211
6.3.3 ニューラルネットによる近似解法	218
6.4 評価関数に基づく非線形サーボ問題	219
引用・参考文献	221

## 7. 出力フィードバックによる安定化制御

7.1 線形システムの出力フィードバックによる安定化制御	223
7.1.1 出力フィードバックによる漸近安定化のための必要十分条件	223
7.1.2 出力フィードバックによる任意固有値配置 (I)	229
7.1.3 出力フィードバックによる任意固有値配置 (II)	239
7.2 最小位相システムの高ゲイン出力フィードバックによる安定化制御	245
7.3 線形システムの高ゲイン出力フィードバックによる安定化制御	253
7.3.1 標準形 (ノーマルフォーム) への変換	253

7.3.2 零ダイナミクスを安定化するゲイン行列の決定	256
引用・参考文献	260

## 8. 最適制御の基礎理論

8.1 変分法	262
8.1.1 変分問題	262
8.1.2 オイラーの方程式, ワイエルシュトラス-エルドマンの 角点条件, ワイエルシュトラスの条件	264
8.1.3 可変端変分問題と横断条件	267
8.1.4 微分方程式制約変分問題	269
8.2 最適制御問題と最適性条件	272
8.2.1 最適制御問題の定式化	272
8.2.2 同値な変分問題	274
8.2.3 最適性条件	276
8.2.4 正則性	279
8.3 ポントリャーギンの最小原理	280
8.4 制御入力に関する勾配関数	281
引用・参考文献	285

## 9. 最適制御とハミルトン-ヤコビ方程式

9.1 最適制御問題	287
9.2 ダイナミックプログラミングとハミルトン-ヤコビ方程式	288
9.3 ダイナミックプログラミングと定常ハミルトン-ヤコビ方程式	295
9.4 ハミルトン-ヤコビの正準系の誘導	299
引用・参考文献	301

## 10. 線形最適レギュレータ問題とリカッチ方程式

10.1	線形最適レギュレータ問題	302
10.2	リカッチ方程式 — 有限時間区間の場合	304
10.3	代数リカッチ方程式 — 無限時間区間の場合	310
10.4	線形最適レギュレータの安定性 (代数リカッチ方程式の安定化解)	314
引用・参考文献		320

## 11. 非線形最適レギュレータとハミルトン-ヤコビ方程式

11.1	定常ハミルトン-ヤコビ方程式の安定化解と最適フィードバック 制御則	322
11.2	定常ハミルトン-ヤコビ方程式の可解性	332
11.2.1	多様体に関する諸定義	333
11.2.2	多様体の理論によるハミルトン-ヤコビ方程式の解の存在性	335
11.2.3	線形最適レギュレータ問題の解の存在性	344
11.2.4	線形化システムから見た解の存在性	345
11.3	ニューラルネットによるハミルトン-ヤコビ方程式の解法と 最適フィードバック制御則	347
11.3.1	非線形最適レギュレータ問題とハミルトン-ヤコビ方程式	348
11.3.2	ハミルトン-ヤコビ方程式のニューラルネットによる近似解 と最適フィードバック制御則	350
11.3.3	値関数へ収束させるための学習アルゴリズムの改善	359
引用・参考文献		363

## 12. PID 制御と P·SPR·D+I 制御

12.1 はじめに	365
12.2 PID 制御による安定化制御	368
12.2.1 PID 制御による安定化	368
12.2.2 設定点サーボ問題への拡張	372
12.3 PID 制御による固有値配置法	377
12.3.1 出力フィードバックによる固有値配置法	377
12.3.2 PID 制御による固有値配置法	387
12.4 線形多変数システムの P·SPR·D 制御と P·SPR·D+I 制御	391
12.4.1 設定点サーボ問題の P·SPR·D 制御	391
12.4.2 高ゲインフィードバックによる P·SPR·D 制御器の設計	400
12.4.3 制御器パラメータ行列の決定	405
12.4.4 数値例	407
12.5 時間遅れ線形システムの P·SPR·D 制御と P·SPR·D+I 制御	411
12.5.1 設定点サーボ問題の P·SPR·D 制御	411
12.5.2 状態時間遅れシステムの高ゲイン出力フィードバック定理	416
12.5.3 高ゲインフィードバックによる P·SPR·D+I 制御器の設計	421
12.5.4 制御器パラメータ行列の決定	424
12.5.5 数値例	426
12.6 アフィン非線形システムの P·SPR·D 制御	430
12.6.1 P·SPR·D 制御の定式化	430
12.6.2 レギュレータ問題の P·SPR·D 制御	431
12.6.3 設定点サーボ問題の P·SPR·D 制御	434
12.6.4 ラグランジュ系の P·SPR·D 制御	438
12.6.5 設定点サーボ問題の P·I·SPR·D 制御	442

12.7 非線形システムの P・SPR・D 制御の数値計算法	447
12.7.1 P・SPR・D 制御による安定化制御	447
12.7.2 制御器パラメータ行列の決定	450
引用・参考文献	453
<b>付 録</b>	457
A.1 代数リカッチ方程式について	457
A.1.1 補部分空間と不変部分空間	457
A.1.2 代数リカッチ方程式の解の計算方法	458
A.1.3 代数リカッチ方程式の安定化解	460
A.2 非線形オブザーバ	463
A.2.1 非線形オブザーバ (状態観測器)	463
A.2.2 オブザーバの収束性	467
引用・参考文献	471
<b>索 引</b>	472

# 1 | フィードバック制御とは

## 1.1 フィードバック制御系の構成

システムの制御とは、システムをうまく操作することによってシステムの応答を「所望の値」に一致させることである。一般にシステムに入ってくる量（つまり変数）を入力、システムから出ていく量（変数）を出力と呼ぶ。システムを制御するとき操作できる量を操作量（manipulated variable）または制御入力（controlling input）といい、この入力によって決まるシステムの応答を制御量（controlled variable）または制御出力（controlled output）という。また、人為的に操作できないものを外乱（disturbance）という。

制御の基本的な目的は、システムの出力が目標値（reference）にできるだけ一致するようにシステムの入力の値を決めることである。システムの出力を時間的に変化する目標値に追従させるような制御を追従制御（tracking control）といい、どのような外乱が入ってきても、システムの出力を時間的に一定な目標値に一致させるような制御を定値制御（constant-value control; regulation control）という。一般に機械を意のままに動かしたいサーボ系では追従制御が行われ、外乱が入ってきたり、制御対象の動特性が変化しても出力を一定値に保つことが望まれるプロセス制御では定値制御を行うことが多い。

自動制御のおもな目的は、以下の4点に絞られる<sup>3)†</sup>。

### (a) 制御対象の安定化

---

† 肩付き番号は章末の引用・参考文献を示す。

## 2 1. フィードバック制御とは

- (b) 出力の目標値への追従（定常状態および過渡状態）
- (c) 外乱の影響の抑制
- (d) 特性変動による影響の抑制

これらの目的を達成するために、いろいろな制御方式が考案されている。

目標値が与えられたとき、これを達成する制御入力を与える装置を**制御器** (controller) あるいは**補償器** (compensator) という。制御器は出力または状態を情報として利用し、望ましい制御入力を生成する。

実際の制御システムにおいては、**図 1.1** に示すように、制御入力（操作量）は制御器で生成される制御信号に基づき操作器（アクチュエータ）で作り出される。制御器は、制御対象（プラント）と操作器に関する知識のもとで、要求されるやり方で制御出力を目標値に一致させるための制御信号を決定し、操作器に伝える。制御信号は目標値と制御出力（制御量）の差、すなわち**偏差** (error) に基づいて決定される。

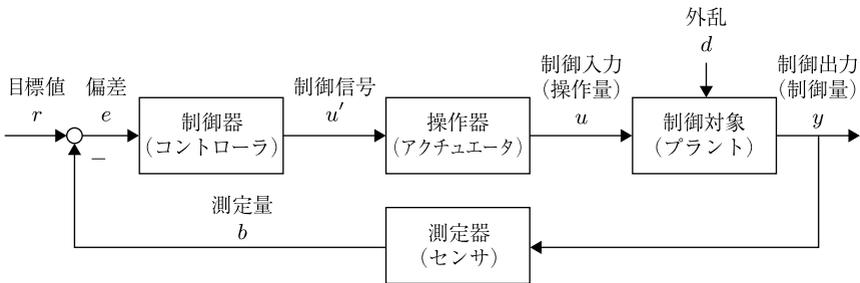


図 1.1 フィードバック制御系

制御対象の出力  $y(t)$  を測定し、この  $y(t)$  の関数として目標値と制御出力が一致するように制御入力  $u(t)$  を決める方式を、一般的に**フィードバック制御** (feedback control) という。システムにおいては、目標値  $r(t)$  が変わったり、外乱  $d(t)$  が加わったり、システムのパラメータが変動したりするが、出力  $y(t)$  を測定し、これを用いて制御入力  $u(t)$  を決めれば、自動制御を実行できる。

目標値に制御出力を一致させるということは、言い換えると偏差を零にすることである。フィードバック制御は偏差を零にするように制御信号を作っ

ているので、目標値を突変して偏差が生じたり、外乱で制御信号が乱されても、けっきょくは偏差を零にすることができる。

本書はおもに制御の立場から自動制御を論じるので、操作器は制御器から見た制御対象の一部と考え、また測定器（センサ）を省略して、標準的な制御系として、図 1.2 のような直結フィードバック制御系を考える。これは直列補償法（series compensation）と呼ばれる。

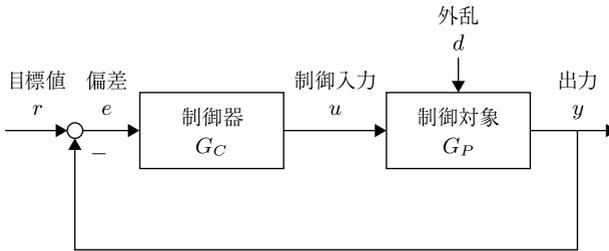


図 1.2 直列補償法（直結フィードバック制御系）

フィードバック制御系の基本構成は、図 1.2 のような制御対象に直列に制御器が配置された直列補償法と、図 1.3 に示すような、制御器が内側ループに配置されたフィードバック補償法（feedback compensation）である。ここで  $G_P$  は制御対象を表す作用素であり、 $G_C$  は制御器の作用素である。制御器  $G_C$  としてどのような機能のものを選び、そのパラメータをどのように調整するかが制御系設計の課題となる。

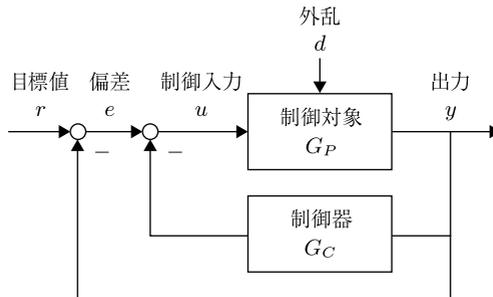


図 1.3 フィードバック補償法

#### 4 1. フィードバック制御とは

よく用いられるフィードバック制御系の構成法として、直列補償法のほかに直列フィードバック補償法 (series-feedback compensation) と呼ばれるものがある (図 1.4 参照)。これは、まず制御器  $G_{C2}$  によって制御対象の特性を局所的に修正しておき、その上で、制御器  $G_{C1}$  によってシステム全体をうまく制御している。

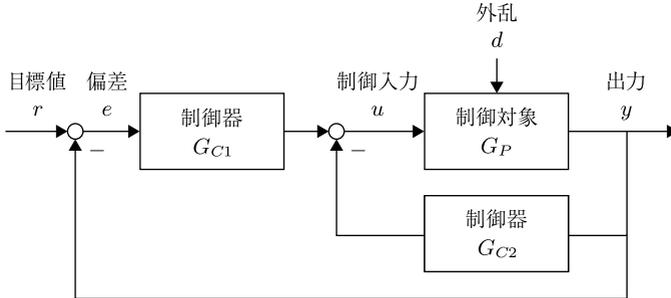


図 1.4 直列フィードバック補償法

以上のように、フィードバック制御とは、基本的には図 1.2 のような直結フィードバック構造を前提として、(a)~(d) の多面的な要求をなんとか満足するように制御器を設計する方式のことである。

### 1.2 状態フィードバック制御と出力フィードバック制御

制御対象 (プラント) である動的非線形システムは、状態方程式と出力方程式によって、つぎのように表現される。

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \quad (1.1)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{h}(\mathbf{x}(t)) \quad (1.2)$$

ここで  $\mathbf{x}(t) \in R^n$ ,  $\mathbf{u}(t) \in R^r$ ,  $\mathbf{y}(t) \in R^m$  はそれぞれ状態ベクトル, 制御入力ベクトル, 出力ベクトルであり,  $\mathbf{f} : R^n \times R^r \rightarrow R^n$ ,  $\mathbf{h} : R^n \rightarrow R^m$  は滑らかな関数とする。

線形システムの場合には、プラントはつぎのようになる。

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + B\mathbf{u}(t) \quad (1.3)$$

$$\mathbf{y}(t) = C\mathbf{x}(t) \quad (1.4)$$

つぎに制御装置についてであるが、制御器への情報として状態  $\mathbf{x}(t)$  を用いるときは状態フィードバック制御といい、出力  $\mathbf{y}(t)$  を用いるときは出力フィードバック制御という。

状態フィードバック制御では制御入力を

$$\mathbf{u}(t) = \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x}_r(t) - \mathbf{x}(t)) \quad (1.5)$$

のように与える (図 1.5 参照)。 $\mathbf{x}_r(t)$  は状態  $\mathbf{x}(t)$  の目標値で、 $\boldsymbol{\alpha} : R^n \rightarrow R^r$  はフィードバック制御則を表す関数である。フィードバック制御則が線形の場合は

$$\mathbf{u}(t) = K(\mathbf{x}_r(t) - \mathbf{x}(t)) \quad (1.6)$$

となる。ここで  $K \in R^{r \times n}$  はフィードバックゲイン行列である。

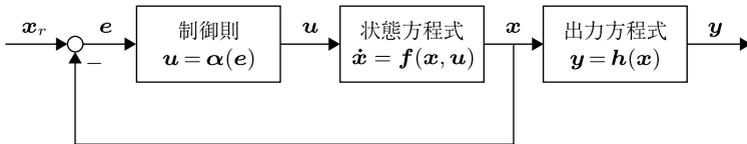


図 1.5 状態フィードバック制御

一般性を失うことなく、システムの平衡点である原点へ状態を遷移させ、閉ループ系 (フィードバック系) を安定化したいときには、式 (1.5) または式 (1.6) は

$$\mathbf{u}(t) = \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x}(t)) \quad (1.7)$$

$$\mathbf{u}(t) = -K\mathbf{x}(t) \quad (1.8)$$

で与えられる。

このような状態フィードバックによって、状態  $\boldsymbol{x}(t)$  を目標状態へ近づけることができ、閉ループ系（フィードバック系）を安定化させることができる。

しかし、状態  $\boldsymbol{x}(t)$  は実際には測定できないことが多く、このような場合には測定可能な出力  $\boldsymbol{y}(t)$  に基づく出力フィードバック制御

$$\boldsymbol{u}(t) = \boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{r}(t) - \boldsymbol{y}(t)) \quad (1.9)$$

を行う。ここで  $\boldsymbol{r}(t)$  は出力の目標値であり、 $\boldsymbol{\beta}: R^m \rightarrow R^r$  は出力フィードバック制御則を与える関数である（図 1.6 参照）。

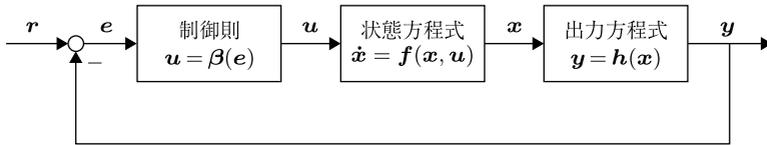


図 1.6 出力フィードバック制御

制御則が線形の場合は

$$\boldsymbol{u}(t) = F(\boldsymbol{r}(t) - \boldsymbol{y}(t)) \quad (1.10)$$

となる。ここで  $F \in R^{r \times m}$  は出力フィードバックゲイン行列である。しかしながら、多くの制御問題において、関数  $\boldsymbol{\beta}$  や  $F$  を適切に決めても、静的な出力フィードバックだけによって閉ループ系を安定化させることは一般には難しい。

そこで、出力  $\boldsymbol{y}(t)$  から制御入力  $\boldsymbol{u}(t)$  を決めるために、しばしばつぎのような動的補償器 (dynamic compensator) または動的制御器 (dynamic controller) が用いられる。

$$\frac{d\boldsymbol{z}(t)}{dt} = \boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{z}(t), \boldsymbol{e}(t)) \quad (1.11)$$

$$\boldsymbol{u}(t) = \boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{z}(t), \boldsymbol{e}(t)) \quad (1.12)$$

ここで、 $\boldsymbol{z}(t)$  は動的補償器の内部状態、 $\boldsymbol{e}(t) = \boldsymbol{r}(t) - \boldsymbol{y}(t)$  は偏差を表し、 $\boldsymbol{\alpha}: R^p \times R^m \rightarrow R^p$ 、 $\boldsymbol{\beta}: R^p \times R^m \rightarrow R^r$  は滑らかな関数とする。 $\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}$  は制

御目的を達成できるような適当な関数形を与えなければならないが、ニューラルネットワークで近似する研究も行われている。

特に動的制御器が線形の場合には、式 (1.11), (1.12) は

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = D\mathbf{z}(t) + E\mathbf{e}(t) \quad (1.13)$$

$$\mathbf{u}(t) = F\mathbf{z}(t) + G\mathbf{e}(t) \quad (1.14)$$

で与えられる。ここで、 $D, E, F, G$  はパラメータ行列である。追従制御や定値制御において閉ループ系を安定化するためには、動的制御器のパラメータ  $D, E, F, G$  の値を適切に決めなければならない。

さて、通常のフィードバック制御では、目標値との偏差信号  $\mathbf{e}(t)$  を情報として制御器は構成される。しかし、目標値への追従制御が主目的の場合、目標値信号と出力信号を独立に利用して制御則を構成するほうが自由度が多く、制御性能の改善が図れる。

その場合、動的制御器 (1.11), (1.12) は

$$\frac{d\mathbf{z}(t)}{dt} = \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{z}(t), \mathbf{y}(t), \mathbf{r}(t)) \quad (1.15)$$

$$\mathbf{u}(t) = \boldsymbol{\beta}(\mathbf{z}(t), \mathbf{y}(t), \mathbf{r}(t)) \quad (1.16)$$

のように与えられる。また式 (1.15), (1.16) は二つに分割して

$$\dot{\mathbf{z}}_1(t) = \boldsymbol{\alpha}_1(\mathbf{z}_1(t), \mathbf{r}(t)) \quad (1.17)$$

$$\dot{\mathbf{z}}_2(t) = \boldsymbol{\alpha}_2(\mathbf{z}_2(t), \mathbf{y}(t)) \quad (1.18)$$

$$\mathbf{u}(t) = \boldsymbol{\beta}_1(\mathbf{z}_1(t), \mathbf{r}(t)) + \boldsymbol{\beta}_2(\mathbf{z}_2(t), \mathbf{y}(t)) \quad (1.19)$$

とも与えられるが、これは 1.4 節で述べるフィードバック+フィードフォワード制御方式である。

これらの動的制御器はいろいろな関数近似法、例えばニューラルネットによって構成できる<sup>5)</sup>。

# 索引

**【あ】**  
 値関数 289, 295, 299  
 アフィン非線形システム  
     28, 30, 100, 116, 245, 430  
 安定 58, 62, 108  
 安定化解 327, 337, 460  
 安定化関数 84  
 安定多様体 179  
 鞍点 181

**【い】**  
 因果的 46

**【う】**  
 打ち切り作用素 44

**【お】**  
 オイラーの方程式  
     265, 270, 275  
 横断条件 268, 275, 288

**【か】**  
 可安定  
     17, 20, 21, 217, 224, 318  
 外生信号 208, 212  
 核 457  
 拡張  $L_p$  空間 43  
 角点 262  
 可検出  
     69, 224, 317, 318, 331  
 可変拘束制御 171  
 可変端変分問題 268

**【き】**  
 逆ダイナミクス 28  
 吸引的 108  
 供給率 101, 131  
 強受動的 102  
 強正実要素 393  
 許容関数 262  
 許容曲線 262  
 許容制御族 273

**【け】**  
 厳密線形化 32

**【こ】**  
 高ゲイン出力フィードバック  
     41, 245, 249, 259, 393,  
     401, 416, 417  
 高ゲインフィードバック  
     41, 153  
 合同変換 396  
 勾配関数 281, 282  
 勾配降下非線形オブザーバ  
     464  
 固定端変分問題 264

**【さ】**  
 最小位相  
     36, 90, 120, 246, 401, 416  
 最小原理 280, 301  
 最大原理 281  
 最適軌道 274  
 最適制御 273, 276  
 最適制御問題 273  
 最適性の原理  
     288, 290, 296, 305

最適フィードバック制御則  
     315, 316, 323, 347  
 最適レギュレータ 315

**【し】**  
 時間遅れ線形システム 411  
 指数安定 109  
 指数漸近安定 148  
 弱最小位相 36, 120  
 シュールの補題 396  
 出力フィードバック受動的  
     107

出力フィードバック制御  
     5, 223, 224  
 出力フィードバックによる  
     固有値配置法 377  
 出力フィードバックによる  
     任意固有値配置 229, 239  
 出力方程式 4  
 受動性 102, 104, 105, 108  
 受動定理 132  
 受動的 102, 104, 131  
 受動的システムの安定性  
     112, 113

受動的システムの接続 106  
 準正定 61  
 準正定値リアブノフ関数に  
     よる安定定理 112  
 小ゲイン定理 50  
 条件付きで安定 112  
 条件付きで吸引的 112  
 条件付きで漸近安定 112  
 消散性 101, 105  
 消散的 103

消散不等式  
 101, 105, 114, 116, 117

乗数則 270

状態フィードバック受動化  
 119, 124

状態フィードバック制御 5

状態フィードバックによる  
 固有値配置 230, 378

状態方程式 4

自律システム 57

シングルリンクマニピュレータ  
 162, 167

**【せ】**

制御拘束 170

制御リアプノフ関数  
 77, 78, 80, 84

正実 118

正実補題 118

正則 271, 279, 323

正定 61

正定値関数 61

積分器バックステッピング  
 88

絶対安定 133, 135

設定点サーボ問題  
 372, 392, 430, 434, 439

接ベクトル 333

零空間 457

零状態可観測 113

零状態可検出 113, 432

零ダイナミクス 35, 36, 41,  
 171, 245, 401, 416

漸近安定  
 42, 58, 64, 65, 75, 108

線形化システム 19, 21, 24

線形化方程式 179

線形関数オブザーバ 259

線形最適レギュレータ問題  
 303, 305, 314

線形システム 5

線形2次形レギュレータ問題  
 344

**【そ】**

像 457

双曲型平衡点 181

相対次数  
 27, 29, 41, 151, 245

**【た】**

大域的に安定 109

大域的に漸近安定  
 58, 66, 109

対称アフィンシステム 169

代数リカッチ方程式  
 224, 226, 314-316, 458

—の安定化解 318, 345, 460

—の定義域 461

ダイナミックプログラミング  
 288, 295

第1近似における安定性原理  
 21, 22, 249

第1変分 263

多様体 333

**【ち】**

値域 457

蓄積エネルギー関数  
 101, 131

中心多様体 182, 184

中心多様体定理 187

中立安定 183, 209, 213

直接勾配降下制御 145, 150,  
 162, 166, 167, 171, 172

直列フィードバック補償法 4

直列補償法 3

**【つ】**

追従制御 1, 8

**【て】**

定常応答 208

定常ハミルトン-ヤコビ  
 方程式 298, 299, 322

定値制御 1

**【と】**

動的制御器 6, 7

動的補償器 6, 7

**【な】**

内部安定性 48, 55

**【に】**

2次形式評価汎関数 304

2自由度制御系 13, 14

2点境界値問題 279

入出力安定性 43, 48

入出力写像 45

入力フィードフォワード  
 受動的 107

**【の】**

ノーマルフォーム  
 30, 32, 34, 152, 246

**【は】**

バックステッピング法 80

ハミルトン関数  
 276, 280, 282, 291, 299

ハミルトン行列  
 341, 344, 360, 458

ハミルトンベクトル場  
 335, 341

ハミルトン-ヤコビの正準系  
 300

ハミルトン-ヤコビ方程式  
 292, 294, 297, 305, 322, 348

**【ひ】**

非線形オブザーバ 463

非線形サーボ問題 207, 212

非線形最適レギュレータ問題  
 322, 348

非線形出力レギュレーション  
 問題 207, 212, 214

非線形レギュレータ問題 188

微分形式の消散不等式 102  
 非ホロノミックシステム 169  
 評価関数 140, 145  
 評価汎関数 273, 281  
 標準形 30, 32, 34, 152, 246  
 比例積分器 105

## 【ふ】

不安定 108  
 不安定多様体 179  
 フィードバックゲイン行列 5  
 フィードバック受動化  
     118, 128  
 フィードバック制御 2, 14  
 フィードバック接続 106  
 フィードバック補償法 3  
 フィードフォワード制御  
     11, 12, 14

負定 61  
 不変集合 74, 110  
 不変多様体 337  
 不変部分空間 457  
 不変マニホールド 170, 175  
 フルビッツ 133  
 プロセス制御 9  
 分散型 PID 9

## 【へ】

平衡状態 56, 392  
 平衡点 56, 108, 180

並列 (フィードフォワード)  
     接続 106  
 偏差 2, 8, 368  
 変分法 262

## 【ほ】

ポアソン安定 208  
 補部分空間 457  
 ポポフの定理 134  
 ポントリヤーギン 280, 281

## 【ゆ】

有限ゲイン  $L_p$  安定 47

## 【よ】

余接バンドル 334  
 余接ベクトル 333

## 【ら】

ラグランジアン 334  
 ラグランジュ関数  
     270, 275, 352  
 ラグランジュ系 434, 438  
 ラグランジュの問題 270

## 【り】

リアプノフ関数 59, 70, 395  
 リアプノフ間接法  
     21, 77, 249

リアプノフ直接法  
     59, 62, 73, 95, 245, 395  
 リアプノフの安定定理  
     62, 66, 74, 109, 447  
 リアプノフ汎関数 416, 418  
 リアプノフ不等式

    68, 153, 396  
 リアプノフ方程式  
     66, 225, 226, 247  
 リカッチ微分方程式 307  
 リカッチ方程式 308, 314  
 利用可能蓄積エネルギー 103

## 【る】

ループゲイン 51  
 ルーリエ系 133

## 【れ】

レギュレータ問題 8

## 【わ】

ワイエルシュトラスの条件  
     266, 271, 272, 276  
 ワイエルシュトラスの E 関数  
     266, 272, 278  
 ワイエルシュトラス-エルド  
     マンの角点条件  
     265, 267, 271, 275

## 【A】

absolute stable 133  
 Aeyels の設計法 188  
 algebraic Riccati equation  
     314, 458  
 Artstein 78  
 attractive 108  
 available storage 103

## 【B】

Berkovitz の方法 274  
 Block strict-feedback 86  
 Bolza の問題 270, 272  
 Brockett の定理 23, 169

## 【C】

causal 46  
 Chained form 169

complementary subspace  
     457  
 congruent transformation  
     396  
 cotangent bundle 334  
 cotangent vector 333

## 【D】

direct gradient descent  
     control 145

dissipation inequality	101	linear matrix inequality	396, 424	P-SPR·D+I 制御	404, 411, 426
dissipative	101	LMI	396, 397, 424, 425	<b>[R]</b>	
dissipativity	101	LMI 可解問題	396, 424	range	457
du Bois-Reymond の補題	264	$L_p$ 安定	46	regulation control	1
dynamic compensator	6, 7	$L_p$ 空間	43	regulator problem	8
dynamic controller	6, 7	$L_p$ ノルム	43	relative degree	27, 29
<b>[E]</b>		LQ 最適レギュレータ問題	310	Riesz の表現定理	284
exact linearization	32	Lyapunov's direct method	59	<b>[S]</b>	
<b>[F]</b>		Lyapunov-Krasovski 型の リアプノフ汎関数	416, 418	Schur complement	396
family of admissible control	273	<b>[M]</b>		series compensation	3
<b>[G]</b>		Mayer の問題	270	series-feedback compensa- tion	4
gradient descent nonlinear observer	464	<b>[N]</b>		small gain theorem	50
<b>[H]</b>		neutral stability	209	Sontag の公式	79
Hamiltonian matrix	458	null space	457	SPR ゲイン行列	393
high gain feedback	41	<b>[O]</b>		SPR 要素	393, 434
Hurwitz	133	optimal control	273	stabilizable	17
<b>[I]</b>		optimal trajectory	274	storage function	101
image	457	<b>[P]</b>		strictly passive	102
I+PD 制御	10	passive	102	strictly positive real	193
<b>[K]</b>		passivity	102	Strict-feedback システム	81, 86
Kalman-Yakubovich の補題	134	PD 制御	10	supply rate	101
kernel	457	PI コントローラ	105	<b>[T]</b>	
Kučera	318	PI 制御	10	TORA モデル	158
Kučera-Souza	224	PID 制御	8, 368, 369	tracking control	1
K-Y-P 特性	116, 117, 120, 124, 432	PID 制御による固有値配置法	387	transversality condition	268
K-Y-P 補題	117	PI+D 制御	10	truncation operator	44
<b>[L]</b>		positive real	118	<b>[V]</b>	
LaSalle の定理	65	Pure-feedback システム	86	value function	289, 295
LaSalle の不変性原理	74, 75, 110, 115, 433, 438, 442	P-I-SPR·D 制御	443	<b>[X]</b>	
		P-SPR·D 制御	393, 411, 431, 447	$x^*$ -状態可検出	432
		P-SPR·D+フィード フォワード制御	405	<b>[Z]</b>	
				Zubov の方法	70

—— 著者略歴 ——

1962年 慶應義塾大学工学部計測工学科卒業  
1964年 慶應義塾大学大学院修士課程修了（計測工学専攻）  
1967年 ケース工科大学大学院博士課程修了（システム工学専攻）  
1967年 Ph.D.（ケース工科大学）  
1972年 慶應義塾大学助教授  
1980年 慶應義塾大学教授  
2005年 慶應義塾大学名誉教授

フィードバック制御理論 ——安定化と最適化——

Feedback Control Theory ——Stabilization & Optimization——

© Kiyotaka Shimizu 2013

2013年11月1日 初版第1刷発行

検印省略

著者 志 水 清 孝  
発行者 株式会社 コロナ社  
代表者 牛来真也  
印刷所 三美印刷株式会社

112-0011 東京都文京区千石 4-46-10

発行所 株式会社 コロナ社  
CORONA PUBLISHING CO., LTD.

Tokyo Japan

振替 00140-8-14844・電話(03)3941-3131(代)

ホームページ <http://www.coronasha.co.jp>

ISBN 978-4-339-03208-6（新宅）（製本：牧製本印刷）G

Printed in Japan



本書のコピー、スキャン、デジタル化等の無断複製・転載は著作権法上の例外を除き禁じられております。購入者以外の第三者による本書の電子データ化及び電子書籍化は、いかなる場合も認めておりません。

落丁・乱丁本はお取替えいたします