

計測・制御
テクノロジー
シリーズ

9

計測自動制御学会 編

システム同定

和田 清
奥 宏史 共著
田中 秀幸
大松 繁

コロナ社

会誌出版委員会 (平成28年度)

出版ワーキンググループ

主査 金田 泰昌
委員 天野 晃
(五十音順) 尾形 哲也
久保田 直行
小木曾 公尚
小林 洋
桜間 一徳
奈良 高明
山本 豪志朗

ま え が き

本書のテーマである「システム同定」は、制御、予測、診断などを正確に行うためにシステムの数式モデルを観測データから構成することである。システム同定は、おもに制御工学において発展してきたが、その適用範囲は工学分野にとどまらず、生物、社会、経済、環境など多様な分野にまで拡大している。

同定手法も年々発展してきており、最近では微分方程式のような数理モデルで表すことが難しい対象でも、ニューラルネットワークなどを用いた数式モデル構成法が開発されている。

近年、実際のシステムを同定しようとするとき、同定のためのソフトウェアなどを使えばとりあえず何らかの同定結果が得られるようになっているが、有用な結果を得るには、対象のモデルの選択、入出力データの取得、パラメータ推定手法の選定などを適切に行わなければならない。これを行うには、対象についての深い知見とともにシステム同定理論に対する十分な理解を必要とする。

本書は、システム同定理論の基礎から最近の発展までについて解説したもので、四つの章から構成されている。

1章は、例題を用いて同定の概要を示し、また同定の歴史を述べている。

2章は、まず統計的推定の基礎理論について説明し、ついで単一入出力システムの同定手法として、標準的な手法のほかに変数誤差モデルの同定やサンプル値データに基づく連続時間システムの同定について述べている。また、多入力多出力システムのベクトル差分方程式による同定の問題点を検討している。

3章では、多入力多出力システム同定の問題点を解決する方法として、状態空間モデルの直接同定法である部分空間同定法について述べている。確定システムの代表的な手法を示した後に、確率的システムの部分空間同定法を説明し、閉ループ系の同定などを概説している。

4章はニューラルネットワークによる非線形システムの同定について、またオンライン同定手法としての適応フィルタを用いた同定および時系列モデルの同定について述べている。

学部学生や技術者にとっての便宜のために、線形代数と確率過程の基礎を付録に書いている。

なお、各章の執筆分担は以下である。

1章：和田 清, 奥 宏史

2章：和田 清

3章：奥 宏史, 田中秀幸

4章：大松 繁

付録：奥 宏史, 田中秀幸

2017年1月

執筆者を代表して 和田 清

目 次

1. はじめに

1.1 システム同定とは	1
1.2 例題 一台車振子系の動特性	4
1.2.1 台車振子系の物理モデル	5
1.2.2 台車振子系のシステム同定	6
1.3 モデルの分類	10
1.4 システム同定の歴史	12

2. システム同定の基礎

2.1 線形回帰モデル	17
2.1.1 最小 2 乗法	17
2.1.2 最小 2 乗推定量の性質	20
2.1.3 繰返し最小 2 乗アルゴリズム	22
2.2 離散時間システムの同定	25
2.2.1 インパルス応答の推定	25
2.2.2 伝達関数の推定	30
2.2.3 漸近バイアス	38
2.2.4 出力誤差法	43
2.2.5 一般化最小 2 乗法	46
2.2.6 拡大最小 2 乗法	49

2.2.7 補助変数法	51
2.2.8 固有ベクトル法	55
2.2.9 バイアス補償最小2乗法	60
2.3 連続時間システムの同定	68
2.3.1 インパルス応答による同定	68
2.3.2 連続-離散変換	73
2.3.3 近似離散時間モデル	76
2.4 多変数系同定の問題点	77
2.4.1 多変量回帰式	77
2.4.2 ベクトル差分方程式	81
2.4.3 パラメータ推定	86
問題	89

3. 部分空間同定法

3.1 歴史	93
3.2 実現理論	96
3.2.1 確定系の実現理論	96
3.2.2 確率系の実現理論	100
3.3 確定系の部分空間同定法	108
3.3.1 確定系の部分空間同定問題	108
3.3.2 MOESP 法	112
3.3.3 N4SID 法	118
3.4 確率系の部分空間同定法	124
3.5 雑音を考慮した部分空間同定法	131
3.5.1 Ordinary MOESP 法	131
3.5.2 補助変数の導入	138

3.5.3	PI-MOESP 法	144
3.5.4	PO-MOESP 法	147
3.5.5	雑音モデルの構造による同定法の選択	150
3.6	閉ループ部分空間同定法	155
3.6.1	CL-MOESP 法	156
3.6.2	PBSID 法	161
問	題	171

4. ニューラルネットワークによる同定

4.1	ニューラルネットワークの概要	172
4.1.1	構造的分類	173
4.1.2	学習アルゴリズムによる分類	173
4.2	代表的なニューラルネットワークの学習アルゴリズム	174
4.2.1	多層パーセプトロン	175
4.2.2	遺伝的アルゴリズム	181
4.2.3	GMDH ニューラルネットワーク	183
4.2.4	Elman ニューラルネットワーク	184
4.3	フィードフォワードニューラルネットワークによるシステム同定	185
4.3.1	動的システムの記述	185
4.3.2	入出力モデルによる同定	187
4.3.3	状態空間モデルによる同定	189
4.4	数式モデルのパラメータ推定	193
4.4.1	ニューラルネットワークによるパラメータ推定	194
4.4.2	パラメータ推定の例	197
4.5	適応デジタルフィルタ	199
4.5.1	非巡回型フィルタ	200

4.5.2	巡回型フィルタ	202
4.5.3	適応フィルタによるシステム同定	204
4.6	時系列パラメータの同定	205
4.6.1	AR(p) の同定	208
4.6.2	MA(q) の同定	208
4.6.3	ARMA(p, q) の同定	208
4.7	ま と め	210
問 題		210
付 録		213
A.1	記法と数学的準備	213
A.1.1	線形代数の基礎	213
A.1.2	行列による数値計算	215
A.1.3	離散時間線形システムの基礎	220
A.1.4	確率過程の基礎	221
A.2	証明および式の導出	223
A.2.1	式(3.42)の証明	223
A.2.2	式(3.82)の証明	224
A.2.3	式(3.87)の証明	225
A.2.4	式(3.138), (3.140), (3.141)の導出	226
A.2.5	補題 3.10 の証明	226
A.2.6	補題 3.11 の証明	227
引用・参考文献		228
問 題 解 答		241
索 引		252

1



はじめに



本章では、システム同定の概要を例題を用いて示し、システム同定の歴史について述べる。

1.1 システム同定とは

制御系設計のためには、制御対象の動特性を知る必要があり、そのために、制御対象の動特性を表すモデルを求める方法が提案されている。

制御対象のモデルを構築する方法は、物理・化学的な法則に基づくものと出力データに基づくものに大別されるが、後者は同定あるいはシステム同定と呼ばれているモデル構築法である^{†1}。この方法は同定対象に対する先験的な知識などに基づいて、対象のモデルの数学的表現を決定し、モデルの集合を設定すると、一般に入出力データに基づく未知パラメータの推定問題に帰着される。

システム同定の手順を少し詳しく説明すると、図 1.1 に示すようにまず同定対象を定め、対象の入力 u とこの入力に対する出力 y を定める。つぎに計算機処理を前提としてこの入出力を一定時間間隔ごとに観測するサンプリングをす

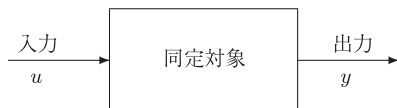


図 1.1 システム同定

^{†1} 「入出力データに基づく」としているが、入力の観測データそのものではなく、入力の統計的性質を用いる場合も、一般にシステム同定と呼ばれている。

ることになる。このようにして得られた入出力データには、同定対象の動的な性質すなわち動特性の情報が含まれているが、この情報の質を決める要因の一つに入力があるので、可能であれば、情報の質を高める入力の選定が行われる。入力の選定や不要な情報の除去には同定対象の動特性についての先験的な知識が必要となる。入出力データに含まれる動特性の情報を制御・予測・診断などの目的に適した形に変換したものがモデルである。変換に伴う情報の損失が少ないようなモデルの数学的表現^{†1}を選ぶことが重要で最も難しい手順である。数学的表現を求めるときにも先験的知識やデータの情報が必要となる。モデルの数学的表現が求めれば、モデルを規定するパラメータが定まり、いわゆるモデル集合が定まり、この集合の中から入出力データに基づいてパラメータを求めるパラメータ推定問題となる。最後に、推定されたモデルの検証が行われる。この検証の際には、パラメータ推定に用いた入出力データとは異なる（同じ同定対象の）入出力データが用いられる。検証の結果が思わしくない場合には、上記の種々の選択を見直すことによって、パラメータ推定を繰り返すことになる。以上の手続きを図示すると図 1.2 のようになる。なお、伝達関数モデルや状態空間モデルのようなパラメトリックなモデルのパラメータ推定の歴史については 1.4 節で詳述する。

ここで、我が国のシステム同定の萌芽期における状況を上記の手順と絡めて

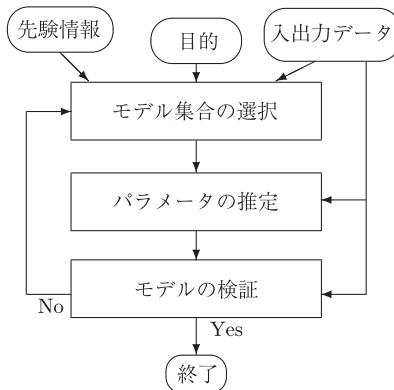


図 1.2 システム同定の流れ

†1 1.3 節参照。

説明することにする。制御の分野において、システム同定という用語が定着したのは、1970年代になってからで^{1), 2)†1}, それまでは動特性の推定・決定あるいは測定などと呼ばれていた^{3)~9)†2}。1960年代までの我が国のシステム同定は、主として工業プロセスを同定対象として操業状態での入出力データを用いて、インパルス応答モデルのパラメータを相関法あるいは最小2乗法によって求めようとするものであった^{10), 13)~15)}。操業状態での入力では動特性推定の精度が満足できない場合は、製品の品質を損ねない程度の小さな振幅の試験信号を加えることが行われていた¹¹⁾。試験信号としてM系列から構成される擬似ランダム2値信号(pseudo-random binary signal, PRBS)が用いられた^{5), 12), 14)}, これはPRBSの相関関数の性質を使うと、計算が簡単になることが理由の一つであった。なお、この当時はPRBSを現在のように計算機で簡単に生成できるものではなく、PRBSを生成する装置についての提案もされている^{5), 14)}。このように、モデルの数学的表現は対象の動特性に特別な仮定をおく必要のないインパルス応答で、入力は基本的に操業状態の入力であり、したがって図1.2においてモデル集合および入力の選択肢はなく、試験信号を使うとしてもPRBSに限られていた。また、パラメータ推定法も相関法か最小2乗法であり、モデル検証についても現在のような検証は行われていなかった。ただし、システム同定におけるデータの取得に関する研究の重要性は認識されていて¹⁶⁾, また、この時代にすでに、フィードバック系内のプロセスの同定¹⁷⁾, 無定位系の同定^{18), 19)}などの研究も行われている。1970年代に入ると、モデルのパラメータを直接用いる制御系設計が主流となり、我が国でもこの流れに沿ってパラメトリックなモデルである伝達関数モデルのパラメータ推定の研究に中心が移っていき、モデル集合やパラメータ推定の選択の幅が広がり図1.2のよ

†1 肩付き数字は、巻末の引用・参考文献番号を表す。

†2 システム同定は、system identificationの邦訳であるが、他分野ですでに同定という言葉が使われていたにも関わらず、何か違和感があったようで、認知あるいは検知などの訳を用いたり¹²⁾, そのままアイデンティフィケーションとしたりしていた^{11), 20), 73), 75)}。ちなみに、この頃、ある有名な洋書店で、P. EykhoffのSystem Identification⁶⁰⁾がChemistryの棚に置かれていた。

うなシステム同定の手順の重要性が認識されるようになった。

次節では、メカニカル系を例題として、物理法則に基づくモデリングとシステム同定との違いを説明し、またシステム同定の手順を具体的に説明することにする。

1.2 例題 一台車振り系の動特性—

図 1.3 の台車振り系の動特性を考える。台車はベルトを介して直流サーボモータに引っ張られ、直線レール上を水平方向左右に動く。指令電圧信号 (u) は PC 上で $\pm 1V$ を上下限值とする時系列で与えられる。指令電圧信号はコントローラボードを介してドライバボックスへ出力され、ドライバボックスは電流制御 (トルク制御) モードでモータを駆動する。振子は台車に自由関節により接続されている。台車位置 (ζ) はレールの中央付近を基準位置として台車位置計測用ポテンシオメータで計測される。振り角度 (θ) は鉛直下向きを基準位置として振り角度計測用ポテンシオメータで計測される。

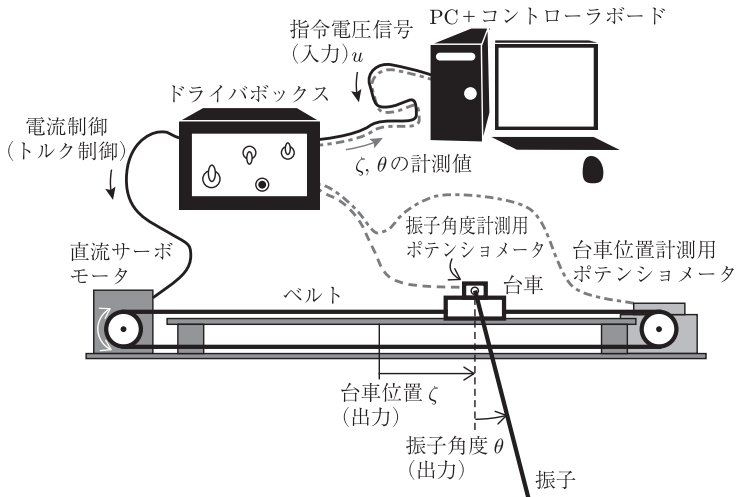


図 1.3 台車振り系

1.2.1 台車振子系の物理モデル

図 1.3 の台車振子系はメカニカル系の一つであり、力学的考察よりその物理モデルを求めることは比較的容易である。ここでは、台車振子系の動特性について物理モデリングのアプローチにより考察する。

いま、台車の質量、振子の質量、振子の長さをそれぞれ M 、 m 、 $2L$ とする。 θ は微小と仮定する。このとき、この台車振子系の物理モデルとして、つぎの連続時間状態方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \dot{\zeta} \\ \ddot{\zeta} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & a_2 & a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & a_4 & a_5 & a_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta \\ \dot{\zeta} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b_1 \\ 0 \\ b_2 \end{bmatrix} F \quad (1.1)$$

ここで、 F は台車に働く力とし

$$\begin{aligned} a_1 &= -\frac{4c_1}{4M+m}, & a_2 &= \frac{3mg}{4M+m}, & a_3 &= \frac{3c_2}{(4M+m)L}, \\ a_4 &= \frac{3c_1}{(4M+m)L}, & a_5 &= -\frac{3(M+m)g}{(4M+m)L}, & a_6 &= -\frac{3(M+m)c_2}{(4M+m)mL^2}, \\ b_1 &= \frac{4}{4M+m}, & b_2 &= -\frac{3}{(4M+m)L} \end{aligned}$$

と定義する。表 1.1 に定数の定義をまとめておく。

表 1.1 各定数の定義

c_1	台車とレール間の摩擦係数	M	台車の質量
c_2	振子の回転軸の摩擦係数	m	振子の質量, $m = 0.023\text{kg}$
g	重力加速度	L	($2L$ で) 振子の長さ, $L = 0.200\text{m}$

二つのポテンシオメータにより台車位置と振子角度が計測されることを考慮すると、出力方程式はつぎのように与えられる。

$$\begin{bmatrix} \zeta \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta \\ \dot{\zeta} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

索引

【あ】	確率部分空間同定法	129
安定	可到達	220
	可到達性行列	220
	カルマンフィルタ	199
	慣性項	179
【い】	【き】	
1 入力 1 出力	擬似逆行列	216
一致推定量	強化学習	174
一般化最小 2 乗推定量	行空間	215
一般化 δ ルール	教師付き学習	173
遺伝的アルゴリズム	教師なし学習	173
移動平均モデル	共分散行列	222
イノベーション形式	行列入出力方程式	111
105, 151, 161	行列分数表現	82
インパルス応答列	近似離散時間モデル	68
	【く】	
【え】	繰返し最小 2 乗	
エミュレータ	アルゴリズム	23
エルゴード性	クロネッカー積	79
	クロネッカーのデルタ	61, 222
【か】	【こ】	
回帰モデル	合成雑音	62
階数 (ランク)	誤差逆伝播法	176
可観測	【さ】	
可観測指数	最小 2 乗推定量	19
可観測性行列	最小実現	221
拡大可観測性行列	最尤推定量	22
98, 109	残差	20, 51
拡大可到達性行列	残差平方和	20
98		
拡大最小 2 乗推定量		
50		
確定系の MOESP 法		
117		
確定系の N4SID 法		
123		
確定実現アルゴリズム		
99		
確率極限		
27		
確率実現アルゴリズム		
106		
確率収束		
27		
	サンプリング周期	28
	【し】	
	式誤差	31
	シグモイド関数	176
	時系列パラメータ	205
	自己回帰移動平均モデル	206
	自己回帰モデル	205
	持続的励振性	111
	実数体	213
	シフトオペレータ	131
	弱定常	222
	出力誤差	43
	出力誤差法	44
	出力誤差モデル	131
	出力データブロック	
	ハンケル行列	110
	巡回型フィルタ	202
	状態空間表現	82
	状態空間モデル	185
	——による同定	189
	小標本特性	27
	【す】	
	数式モデル併用型同定方式	189
	数値的不安定性	37
	ステップ不変	29
	スペクトル密度関数	102, 222
	【せ】	
	正規方程式	19
	正定	219

漸近安定	221	2 ノルム	214	ベクトル差分方程式表現	83
漸近特性	27	ニューラルネットワーク	172	ベクトル 2 ノルム	214
漸近バイアス	40	入力データブロック		変数誤差モデル	61
線形回帰式	17	ハンケル行列	110		
		ニューロ制御	194	【ほ】	
【そ】				方程式誤差	31
双一次変換	68	【の】		補助変数	52, 142
相似変換	220	ノルムの定理	213	補助変数行列	142
		【は】		補助変数推定量	52
【た】		バイアス補償最小 2 乗		補助変数法	51
大標本特性	27	推定量	64	【ま】	
多層パーセプトロン	175	バイアス補償最小 2 乗法	67	マルコフパラメータ	97
多変量線形回帰式	77	白色雑音	222	マルコフモデル	100
単位行列	213	白色雑音列	33		
単位パルス応答列	25	パデ近似	68	【む】	
		パルス伝達関数	30	無相関	223
【ち】		反復計算	48		
直並列型構造の同定手法	188	【ひ】		【も】	
直交	214	非巡回型フィルタ	200	モニック	83
直交行列	216	非線形離散時間システム	185	【ゆ】	
直交射影行列	218	非負定	219	尤度関数	22
直交補空間	214	標準線形回帰モデル	18	ユークリッドノルム	214
		【ふ】		【よ】	
【て】		ファジィ制御	194	予測誤差	51
適応フィルタ	200	フィードバック		【ら】	
伝達関数モデル	38	ネットワーク	173	ラグ次数	83
		フィードフォワード		ランク (階数)	214
【と】		ネットワーク	173	【り】	
特異値	216	複素数体	213	リアプノフ方程式	221
特異値分解	60, 215	部分空間	214	【れ】	
特異ベクトル	60	不偏推定量	20	零行列	213
トレース	214	フロベニウスノルム	214	零空間	215
		【へ】		列空間	215
【に】		閉ループ同定	155		
2 次定常	222	ベクトル差分方程式	77		
入出力データブロック					
ハンケル行列	110				
入出力モデル	185				
——による同定	187				

<p>[A]</p> <p>ARARX モデル 48</p> <p>ARMAX モデル 38</p> <p>ARMAX モデル構造 151</p> <p>ARMA(p, q) の同定 208</p> <p>ARX モデル 38</p> <p>AR(p) の同定 208</p> <p>[B]</p> <p>Box-Jenkins モデル 38</p> <p>Box-Jenkins モデル構造 151</p> <p>[C]</p> <p>Cayley-Hamilton の定理 69</p> <p>CL-MOESP 法 159</p> <p>[E]</p> <p>Elman ニューラル ネットワーク 184</p> <p>[G]</p> <p>GMDH 183</p>	<p>[I]</p> <p>innovation form 105</p> <p>[L]</p> <p>LQ 分解 217</p> <p>——による直交射影 218</p> <p>[M]</p> <p>Markov パラメータ 97</p> <p>MA(q) の同定 208</p> <p>MOESP 法 117</p> <p>Moore-Penrose 逆行列 216</p> <p>[N]</p> <p>N4SID 法 123</p> <p>[O]</p> <p>Ordinary MOESP 法 136</p> <p>[P]</p> <p>PBSID 法 169</p> <p>PE 性 111</p>	<p>persistently exciting 111</p> <p>PI-MOESP 法 144, 145</p> <p>PO-MOESP 法 147, 149</p> <p>Prony 法 71</p> <p>[Q]</p> <p>QR 分解 217</p> <p>[R]</p> <p>RQ 分解 60</p> <p>[S]</p> <p>Schur complement 219</p> <p>Sylvester の不等式 215</p> <p>[V]</p> <p>vec 演算 79</p> <p>【ギリシャ文字】</p> <p>δ ルール 200</p>
--	---	--

— 著者略歴 —

和田 清 (わだ きよし)

- 1970年 九州大学工学部電気工学科卒業
1972年 九州大学大学院工学研究科修士
課程修了 (電気工学専攻)
1975年 九州大学大学院工学研究科博士
課程単位取得退学 (電気工学専
攻)
1975年 九州大学助手
1976年 近畿大学講師
1978年 工学博士 (九州大学)
1980年 近畿大学助教授
1981年 九州大学助教授
1993年 九州大学教授
2012年 九州大学名誉教授
2013年 日本文理大学教授
2015年 日本文理大学退職

田中 秀幸 (たなか ひでゆき)

- 1993年 京都大学工学部精密工学科卒業
1995年 京都大学大学院工学研究科博士
前期課程修了 (応用システム科
学専攻)
1995年
～96年 名古屋市経済局工業研究所電子
部機電技術課勤務
1998年 京都大学助手
1999年 博士 (工学) (京都大学)
2007年 京都大学助教
2011年 広島大学准教授
2015年 広島大学教授
現在に至る

奥 宏史 (おく ひろし)

- 1994年 大阪大学工学部電子制御機械工
学科卒業
1996年 大阪大学大学院基礎工学研究科
博士前期課程修了 (物理系専攻)
2000年 東京大学大学院工学系研究科博
士課程修了 (計数工学専攻),
博士 (工学)
2000年 Twente 大学 (オランダ) Post-
doctoral research fellow
2002年 大阪工業大学講師
2007年 大阪工業大学准教授
現在に至る

大松 繁 (おおまつ しげる)

- 1969年 愛媛大学工学部電気工学科卒業
1971年 大阪府立大学大学院工学研究科
修士課程修了 (電子工学専攻)
1974年 大阪府立大学大学院工学研究科
博士課程修了 (電子工学専攻),
工学博士
1974年 徳島大学助手
1988年 徳島大学教授
1995年 大阪府立大学教授
2010年 大阪工業大学教授
現在に至る

システム同定

System Identification

© 公益社団法人 計測自動制御学会 2017

2017年3月21日 初版第1刷発行

検印省略

編者 公益社団法人
計測自動制御学会
東京都千代田区神田小川町
1-11-9 金子ビル 4階

著者 和田 清
奥 宏 史
田 中 秀 幸
大 松 繁

発行者 株式会社 コロナ社
代表者 牛来真也

印刷所 三美印刷株式会社

112-0011 東京都文京区千石 4-46-10

発行所 株式会社 コロナ社

CORONA PUBLISHING CO., LTD.

Tokyo Japan

振替 00140-8-14844・電話 (03)3941-3131 (代)

ホームページ <http://www.coronasha.co.jp>

ISBN 978-4-339-03359-5 (齋藤) (製本: 愛千製本所)

Printed in Japan



本書のコピー、スキャン、デジタル化等の無断複製・転載は著作権法上での例外を除き禁じられております。購入者以外の第三者による本書の電子データ化及び電子書籍化は、いかなる場合も認めておりません。

落丁・乱丁本はお取替えいたします