

格子ボルツマン法・ 差分格子ボルツマン法

Ph. D. 蔦原 道久 著

コロナ社

まえがき

本書の旧版（「格子気体法・格子ボルツマン法—新しい数値流体力学の手法—」，コロナ社）が出版されてから 18 年ばかりが過ぎた。幸い旧版はほかに類書がなかったこともあって，多くの読者に受け入れられたようである。しかし当然ながら，格子 Boltzmann 法はこの間著しい発達を遂げた。

この度コロナ社から改訂版の話があり，少し考えたがお引き受けすることとした。著者の中ではこの分野はそろそろ店じまいということで，論文別刷など処分を始めていたところであったからである。それと，著者の神戸大学での研究自体，少し世界全体から見て主流から外れたところがあると感じていた。

具体的にいうと，著者の研究室では格子 Boltzmann 法そのものではなく，差分格子 Boltzmann 法をおもに進めてきたのである。詳細は本文で述べているが，格子 Boltzmann 法が離散化された方程式を対象としているのに対し，差分格子 Boltzmann 法は基本的に偏微分方程式を対象としている。

著者自身は，その偏微分方程式を差分で解くということを調べているうちに，著者なりにさまざまなことが見えてきたように思える。そして，本書ではそのことについてもいくつか述べている。

著者はこの研究を始める前は，このテーマに大きな期待はしていなかった。しかし，研究を進めるに従い，この研究には流体の多くの要素が絡んでいて，流体現象を理解するおおいなるヒントが潜んでいると考えるようになった。とりあえず，格子 Boltzmann 法を使ってみようという読者にはやや難しいかもしれないが，少し述べていく。

格子 Boltzmann 法は Chapman-Enskog 展開という近似によって，流体力学でなじみ深い Navier-Stokes 方程式が出てくる。そうすると，「格子 Boltzmann 法 = Navier-Stokes 方程式の解法」ということになりそうである

が、なかなかそうはいかない。Chapman-Enskog 展開がそのまま成り立たない領域、正確にいうと展開の高次の項が無視できない領域があり、その領域では Navier-Stokes 方程式での流れと異なった流れとなってしまう。

しかし、その領域がどこにあるのかはなかなかわかりにくい。古い解説にもこの点についてなにも書いていない。これは、流れが偏微分方程式で表されるとしても、各項の大きさが領域によって異なってくるということであるが、これは方程式には出ていない。これを理解するには、流れの物理面に対する理解が必要である。私はイメージする力だと思うが、実際にそこでなにが起こっているか、流体現象に対する透察力がないとわからない。

格子 Boltzmann 法は離散化 BGK 方程式を基礎としており、Navier-Stokes 方程式ではないということは別の視点から流体を見ることができ、むしろ流体現象に対する理解が深まると考えている。Navier-Stokes 方程式の限界などは、Navier-Stokes 方程式だけ扱ってはいは見えてこない。これが、格子 Boltzmann 法を使っていると見えてくる。

また、流体といっても気体、液体があり、Navier-Stokes 方程式では圧縮性・非圧縮性モデルとして理想化してとらえられる。液体であってもわずかながら圧縮性はある。これらの特性は格子 Boltzmann 法のモデルでは、間接的にであれ粒子間の力（分子間力に対応）を導入することにより、液体を再現できる。

また、これらさまざまな流体の特性の変化は、結局は格子 Boltzmann モデルにおける局所平衡分布関数を変えることで達成できるのである。つまり、さまざまな力学的な特性の違いも、単にその局所平衡状態が異なるだけであるということがわかるのである。もちろん、密度の違いなどを表現するには、なんらかの工夫が必要である。

そして、格子 Boltzmann 法の計算モデルと Navier-Stokes 方程式との最大の違いは、おそらく前者が粒子ごとの線形波動方程式を解くのに対し、後者は複雑な非線形連立偏微分方程式を解くことであろう。そのうえ、前者の波動方程式は信号が一定速度で一定方向に伝播するという、非常に簡単な微分方程式

を解くことになる。

つまり格子 Boltzmann 法は、そのモデルの特徴、そして計算法における優れた特徴を持つ流体シミュレーション法であり、従来の流体シミュレーション手法とは少し違ったアプローチとなる。

本書では、著者が関わったさまざまな格子 Boltzmann モデルについて紹介している。これらのモデル開発にいろいろとご指導いただいた関係の皆様、そして実際に開発を推し進めてもらった当時の学生諸君には、この場を借りて感謝の意を表したい。特に旧版の共著者であった、片岡武氏および高田尚樹氏には本研究の原動力となって進めていただいた。ご両人の研究のますますの発展を祈念している。さらに、今回の改訂についてお世話いただいた、コロナ社の方々に感謝いたします。

2018年10月

蔦原 道久

付属の DVD について

本書の付属として、10のプログラムをソースをつけてDVDに収めている。詳細は6章「付属のプログラムについて」を参照いただくとして、このプログラム作成、整理で多大なるご協力をいただいた、赤松克兄様には御礼申し上げますとともに、氏の当分野におけるこれからのご貢献を願うものである。

【注意】

DVDに収録したプログラムやデータを使用した結果に対して、コロナ社および著作者は一切の責任を負いません。なお、DVDを開封いたしますと本書の返品は無効となりますのでご注意ください。

収録したコンテンツのネットワークへのアップロード、頒布、販売を禁じます。

目 次

1. 流体力学の基礎

1.1 流体とはなにか	1
1.2 流体運動を支配する方程式	2
1.3 Reynolds 数	10
1.4 Navier-Stokes 方程式の近似	10
1.4.1 Reynolds 数が非常に大きい場合	10
1.4.2 Reynolds 数が小さい流れに対する近似方程式	13
1.5 音波の式	13
1 章の要点	15

2. 偏微分方程式に対する数値計算法

2.1 1次元発展方程式	16
2.2 差分法	19
2.3 時間積分法	20
2.3.1 Euler 1次前進差分	20
2.3.2 陽的高次前進差分	21
2.4 空間差分	22
2.4.1 1階微分に対する差分	23
2.4.2 2階微分に対する差分	24
2.4.3 風上差分と数値粘性	25

2.5	保存形表示と対流形表示	26
2.6	高次風上差分スキーム	28
2.7	風上差分スキームについて	29
2.8	一般曲線座標系での差分形	29
2	章の要点	32

3. 格子 Boltzmann 法

3.1	格子 Boltzmann 法の歴史	33
3.1.1	格子気体法	33
3.1.2	初期の格子 Boltzmann モデル	34
3.2	離散化 BGK モデル	36
3.3	格子 Boltzmann 法で用いられる格子	38
3.4	2次元格子 BGK モデルの局所平衡分布関数	39
3.4.1	2次元9速度モデル	39
3.4.2	局所平衡分布関数の性質	42
3	章の要点	43

4. 差分格子 Boltzmann 法およびほかの離散化法による定式化

4.1	従来の格子 Boltzmann 法の位置づけ	45
4.2	差分格子 Boltzmann 法	46
4.3	Chapmann-Enskog 展開	47
4.3.1	連続の式	51
4.3.2	運動方程式	52
4.3.3	エネルギー方程式	54
4.4	境界条件	57
4.4.1	バウンスバックと鏡面反射	57

4.4.2	局所平衡分布関数での定義	58
4.4.3	流入・流出境界条件	59
4.4.4	周期境界条件	59
4.5	ALE 法の応用	60
4.5.1	ALE 法の定式化	60
4.5.2	移動座標と静止座標の接合	61
4.6	固体境界面での Navier-Stokes 方程式の解からのずれ	62
4.7	有限体積法の応用	64
4.7.1	FVLBM の定式化	65
4.7.2	2点と1次微係数による準3次精度風上スキーム	66
4.7.3	修正分布関数の導入	67
4.8	スペクトル法の応用	68
4	章の要点	68

5. 格子 Boltzmann 法におけるモデル

5.1	非熱流体モデル	69
5.2	熱流体モデル	72
5.3	完全に Navier-Stokes 方程式を回復するモデル	76
5.4	比熱比を自由に設定できるモデル	77
5.5	差分格子 Boltzmann 法特有のモデル	79
5.6	局所平衡分布関数に付加項を加えることにより得られる方程式	81
5.6.1	離散化 BGK 方程式に対する付加項について	82
5.6.2	密度成層流	84
5.7	混相流モデル	86
5.7.1	界面分離モデル	86
5.7.2	表面張力モデル	88
5.7.3	高密度比2流体	90
5.7.4	液体の圧縮性の考慮	92

5.7.5 非 Newton 流体モデル	93
5.8 蒸発・凝縮現象のシミュレーション	94
5 章 の 要 点	97

6. 付属のプログラムについて

.....	99
-------	----

付 録

1. 等方性テンソル	105
A. 直角座標でのテンソル	105
B. 等方性テンソル	107
2. 格子気体法および格子 Boltzmann 法でのテンソル	111
A. 格子と等方性テンソル	111
B. 正多角形での等方性テンソル	113
C. 正多面体での等方性テンソル	114
D. 規則的格子	114

参 考 文 献	117
---------	-----

索 引	130
-----	-----

1. 流体力学の基礎

流体力学では、一般には**連続体**としての流体という概念を考え、これに保存則を適用して基礎方程式（支配方程式）を導く。そして、これらの基礎方程式を、与えられた境界条件、初期条件のもとで解くことが流体力学の課題である。方程式を解く際には、厳密に解析的に解くことはもちろんであるが、多くは近似的に解かれる。また、本書のテーマでもある数値的に解を求めることも、最近のコンピュータの発達により容易になってきている。

本章では、あとの章でも必要となる流体力学の基礎を簡単に述べる。

1.1 流体とはなにか

ここで計算の対象にしている流体とはなにか、ということについて考えてみよう。流体とは、空気や水など気体、液体といった文字どおり流れる物体を総称したものである。地球内部のマグマや電離した気体（プラズマ）、あるいは磁性を持つ金属の粉をコロイド状に油に溶かした液体（磁性流体）も、もちろん流体である。

気体も液体も分子でできており、その分子の間にはなにもない。つまり、不連続である。しかし気体を例にとると、**標準状態**〔温度 0°C (273 K)、圧力 1 気圧 ($1.013 \times 10^5\text{ Pa}$)〕において、およそ $2.687 \times 10^{25}\text{ m}^{-3}$ (Loschmidt 数) の分子がある。つまり、一辺が $1\ \mu = 0.001\text{ mm}$ の立方体の中にさえ約 2.687×10^7 個の分子が存在することになる。これらを一つひとつ追跡することは不可能である。また普通、空気の運動を考える場合など、分子の一つひとつの運動を調べる必要はない。

2 1. 流体力学の基礎

そこで、流体を**連続体**として取り扱う方法が考えられる。これは非常に小さな体積を持つ**流体粒子**（一つの粒子ではないことに注意）というものを考え、その中で分子の運動の平均をとる。例えば、流体を構成する分子が1種類だけであるとすると、流速 \mathbf{u} は

$$\mathbf{u} = m \sum_{i=1}^n \frac{\mathbf{v}_i}{nm} \quad (1.1)$$

と表される。ここで、 m は気体分子1個の質量、 \mathbf{v}_i は i 分子の速度、 n は考えている流体粒子内の分子の数である。また、密度 ρ は

$$\rho = \frac{nm}{V} \quad (1.2)$$

と表される。ここで、 V は考えている流体粒子の体積である。

つまり、気体を連続的な流体と考える場合、任意の時間で、空間の点において定義される密度、速度といった巨視的な変数は、考えている点まわりに小さな広がりを持つ体積を考え（これを前述した流体粒子と呼ぶ）、その範囲での空間的な平均値を扱っていると考えるのである。そして、時間的、空間的に連続なこれら巨視的な変数だけを用いて、流体现象を記述することが可能となる。これを連続体近似と呼ぶが、この近似により、流れの運動を支配する方程式は場の偏微分方程式で表されることになる。

1.2 流体運動を支配する方程式

詳細は、流体力学の教科書を参照していただくとして、流体力学では、流れの中に適当な大きさの体積をとり、**質量**、**運動量**、**エネルギーの保存則**を適用することにより、基礎方程式を導く。ここでは、流体の性質として、方向性を持たない、つまり等方的な流体を考える。

まず、質量の保存を表す連続の式はベクトル表記で

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (1.3)$$

と書ける。あとでも使うのでテンソル表記も示すと

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \quad (1.4)$$

となる。テンソルについては、詳細は付録で解説する。これらの式で、 ρ は流体の密度で、時間、空間で変化するとしている。 t は時間、 ∇ はナブラ演算子であって x, y, z が直角座標（デカルト座標）を表すとすると

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k} = \frac{\partial}{\partial x_1} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial x_2} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial x_3} \mathbf{k} \quad (1.5)$$

である。ここで、 $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ は x, y, z それぞれの方向の単位ベクトルである。式(1.4)では、左辺第2項での添え字 i は1, 2, 3の整数をとり、 $(x_1, x_2, x_3) = (x, y, z)$ を表しているものとする。また、この項では i が x_i と u_i とで重なって出ており、このときは i に1, 2, 3と代入し、それらを加え合わせると約束する。つまり

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = \frac{\partial}{\partial x_1}(\rho u_1) + \frac{\partial}{\partial x_2}(\rho u_2) + \frac{\partial}{\partial x_3}(\rho u_3)$$

である。また、 u_1, u_2, u_3 は速度ベクトル \mathbf{u} のそれぞれ x_1, x_2, x_3 方向成分である。つまり、 x, y, z 成分であり

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3) = (u_x, u_y, u_z)$$

と書ける。

連続の式 (1.3) および (1.4) は、それぞれベクトルあるいはテンソルで書かれているが、式(1.3)ではナブラ演算子 ∇ が式(1.5)からわかるようにベクトルとして扱えるので、左辺第2項はこのベクトルと速度ベクトルの内積と解釈でき、スカラーである。また、式(1.4)では、添え字は足し合わさってしまうので、最終的には消えてしまって、一つの量を表すにすぎない。したがって、連続の式は一つのスカラー式である。

式(1.3)は

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \rho = -\rho \nabla \cdot \mathbf{u} \quad (1.6)$$

と書き直すことができる。この式の左辺の微分演算子は、流体力学では

4 1. 流体力学の基礎

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \quad (1.7)$$

と書き、**実質微分**あるいはLagrange微分と呼ばれる。これは、流体粒子に沿って移動する観測者から見た時間変化を表している。ここでは、密度の変化である。

また、右辺の $\nabla \cdot \mathbf{u}$ は速度場 \mathbf{u} の発散と呼ばれ、流体の膨張（収縮）を表している。つまり、連続の式は、流体粒子に沿って密度の変化は、その粒子が膨張（収縮）することにより減少（増加）することを表している。

また、流体が**非圧縮**であれば、密度は流体粒子に沿って見た場合一定値となるから

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0 \quad (1.8)$$

であり、これから連続の式 (1.6) は

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1.9)$$

となる。

式 (1.7) をテンソル表記すると

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u_i \frac{\partial}{\partial x_i} \quad (1.10)$$

となり、連続の式 (1.8), (1.9) は

$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + u_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} = 0 \quad (1.11)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1.12)$$

と書ける。

ここで、非圧縮流体の条件 (1.9) についてひとことつけ加える。この条件は、必ずしも領域全体で密度が同じであることを意味しない。成層流のように空間的には密度変化はあるが、流体粒子に沿って密度が変化しない、つまり非圧縮であるとみなされる場合、条件 (1.9) が成り立つのである。言い換えると、空間的に密度変化があっても、流体が非圧縮であれば、全空間で流

体の膨張・収縮はない、あるいは体積変化はないということである。

つぎに、**運動方程式**はテンソル表記で

$$\rho\left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right) = F_i + \frac{\partial}{\partial x_i}(-p + \lambda\theta) + \frac{\partial}{\partial x_j} \mu e_{ij} \quad (1.13)$$

と書ける。上式において添え字が少し複雑なので説明する。ここでは、添え字 i は次元を表し、1, 2, 3 すなわち x, y, z を想定している。一方、左辺第2項および右辺第3項に現れる j は重なっているので、1, 2, 3 を代入して足し合わせてしまう。つまり、運動方程式は3次元で3方向に三つ独立な式があることになる。

ここで、右辺の θ は**体積膨張率**であり

$$\theta = \frac{e_{ii}}{2} = \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = \nabla \cdot \mathbf{u} \quad (1.14)$$

と定義される。また、 e_{ij} は変形速度テンソルと呼ばれ

$$e_{ij} = \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (1.15)$$

と定義される。 F_i は重力などの外力で、 p は圧力、 λ は**第2粘性率**、 μ は単に**粘性率**と呼ばれる。式 (1.13) は応力テンソル τ_{ij} が

$$\tau_{ij} = (-p + \lambda\theta) \delta_{ij} + \mu e_{ij} \quad (1.16)$$

と書けることから、応力と変形速度との間の線形関係を仮定しており、こういった流体は Newton 流体と呼ばれる。ここで、 δ_{ij} は Kronecker のデルタと呼ばれ

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i=j \text{ の場合} \\ 0, & i \neq j \text{ の場合} \end{cases}$$

と定義される。

λ および μ が定数であると仮定すると、式 (1.13) はベクトル表記で

$$\rho\left[\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}\right] = \mathbf{F} - \nabla p + (\lambda + \mu) \nabla \theta + \mu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (1.17)$$

ここで、 \mathbf{F} は単位質量当りの体積力である。

また、テンソル表記で

索引

【あ】		外力の項	82	格子 Boltzmann モデル	34
重緩和	37	過緩和	37	高次風上差分スキーム	28
圧縮性熱流体	47	拡散	8, 18	格子気体法	33
圧縮性熱流体モデル	69	拡散数	25	格子気体モデル	33
圧力	70	拡散反射	58	構成方程式	92
		拡散方程式	25	構造格子	65
【い】		角振動数	17	拘束条件	77
位相速度	18	片岡のモデル	78	後退差分	23
移動格子	61	完全移流型	45	高密度比 2 流体	90
移動座標系	60	乾燥促進のメカニズム	95	混相流	69
陰解法	21				
		【き】		【さ】	
【う】		気液 2 相流	86	座標変換	30
運動学的方程式	44	気液界面	86	差分格子 Boltzmann 法	19, 46
運動方程式	5	気体定数	15	差分スキーム	20
運動量拡散	18	希薄気体流れ	69	差分法	16
		境界層近似式	12	散逸関数	7
【え】		境界層方程式	12		
液体の圧縮性	92	境界層適合座標	29	【し】	
エネルギー等分配則	78	境界要素法	16	次元	7
エネルギー方程式	6	凝縮気体	95	磁性流体	1
エリアッセン誤差	68	局所平衡状態	36	自然対流	85
エンタルピー	84	局所平衡分布関数	36	実質微分	4
				質量密度	91
【お】		【く】		周期境界条件	59
音速	70	空間差分	22	修正子	21
音波の式	14			重力	84
		【け】		準 3 次精度風上スキーム	66
【か】		計算空間	30	昇華	95
回転の自由度	76	検査体積	26, 65	蒸気圧	95
外部領域	56	源泉項	9	状態変数	14
界面追跡手法	86			状態方程式	8, 15, 73
界面分離	86	【こ】		衝突項	35, 44
界面分離係数	87	高 Knudsen 数流れ	81		
		高 Reynolds 数流れ	38		

衝突頻度	48	多重尺度展開	48	粘着条件	12, 57
蒸発・凝縮現象	94	単一緩和係数	37	【は】	
真空乾燥	95	単原子気体	78	波数	17
振動数	17	弾性率	82	波長	17
【す】		断熱変化	14	発散	4
水中音	92	【ち】		パッシブ・スカラーモデル	85
数値拡散	26	中心差分	24, 25	発展偏微分方程式	44
数値粘性	26, 29	直角座標	3	発展方程式	16
数値流束	27	——でのテンソル	105	バッファ領域	61
数密度	91	【て】		波動方程式	14, 45
スカラー式	3	定圧比熱	78	【ひ】	
スペクトル法	68	ディアド積	106	非Newton流体	82, 93
滑りの条件	12, 57	定積比熱	78	非圧縮	4
滑り流	63	デカルト座標	3	非圧縮流体の条件	4
【せ】		テンソル表記	3	非凝縮気体	95
静止格子	61	【と】		非構造格子	65
成層流	4	等エントロピー変化	14	非混和モデル	88
成層流体	84	等温過程	15	微小変動論	14
正則摂動法	14	等温モデル	34	非等方性	64
正則な摂動展開	56	等積比熱	7	比熱比	15, 75, 78
正多角形	113	動粘性率	6, 38	非熱流体モデル	34, 69
正多面体	114	等方性テンソル	105, 107	非平衡成分	47
絶対温度	6, 75	特異摂動法	55	標準状態	1
摂動法	14	特性曲線	45	表面張力	88
セル中心型有限体積法	65	【な】		【ふ】	
前進差分	23	内部エネルギー	6, 36	物理空間	30
せん断速度	94	内部領域	56	負の粘性	46
【そ】		ナブラ演算子	3	プラズマ	1
相分離スキーム	86	【に】		ブル変数	33
速度ポテンシャル	11	任意の比熱比	79	分圧	96
ソース項	9	【ね】		分散	18
【た】		熱拡散率	75	分散関係式	17
第2粘性率	5, 53, 75	熱伝導方程式	24	分散効果	18
体心立方体格子	115	熱伝導率	7, 57, 75	分散性	18
体積弾性率	92	熱ほふく流	63, 85	分子間力	82, 88
体積膨張率	5	熱流体モデル	34	分子気体力学	35
体積力	5, 84	粘性率	5, 53, 75	分布関数	19, 35
対流形表示	26				
高田のモデル	72				

【へ】		【め】		22, 44	
平均自由行程	47, 96	面心立方格子	115	離散渦法	16
併進運動の自由度	76	【ゆ】		理想気体	15, 75, 82
べき乗則粘性モデル	93	有限体積法	16	立方格子	115
ベクトル表記	2	有限体積格子 Boltzmann 法	65	粒子法	16, 83
【ほ】		有限要素法	16	流速	2
飽和蒸気圧	95	【よ】		流体	1
保存形表示	26	陽解法	21	流体力学的な変数	35
保存則	2	予測子	21	流体粒子	2
ポテンシャル流れ	11	【り】		流入・流出の条件	59
【み】		力積	84	【れ】	
密度	2	離散化 BGK 方程式		冷凍真空乾燥	95
密度成層流	84			レオロジー	93
				連続体	1, 2
				連続の式	3
◇					
【A】		Euler 的記述	60	【N】	
ALE 法	60	Euler 方程式	10	Navier-Stokes 方程式	6
【B】		【J】		Navier-Stokes 方程式系	8
Barnett 方程式	51	Jacobian	31	Newton の法則	6
Benard 対流	85	【K】		Newton の方程式	7
Bernoulli 方程式	11	Knudsen 数	47, 62	【O】	
【C】		Knudsen 層	85	Oseen 方程式	13
Chapmann-Enskog	41	【L】		【P】	
Chapmann-Enskog 展開	50	Lagrange 的解法	60	power-law モデル	93
Courant 数	24	Lagrange 微分	4	Prandtl 数	82
Crank-Nicolson 法	21	Laplace 演算子	6	【Q】	
【D】		Laplace 則	89	QUICK	28
D2Q21 モデル	72	Laplace 方程式	11	【R】	
D2Q9 モデル	39, 70	level-set 法	88	Rankin-Hugonio の関係式	93
D3Q15 モデル	70	Loschmidt 数	1	Reynolds 数	10
D3Q39 モデル	73	【M】		Runge-Kutta 法	22
【E】		M^2 展開法	56		
Euler 前進差分	20	Maxwell 分布	41		

【S】	【T】	【数字】
shear-thickening 流体 94	Taylor 展開 20	1 次風上差分 23
shear-thinning 流体 94		1 次精度 23
Simpson の 1/3 公式 22	【U】	
Sone 展開 50	UTOPIA 28	2 次元 9 速度モデル 39
Stokes 方程式 13	【W】	2 相の分離 91
super-Barnett 方程式 51	Weissenberg 効果 94	

— 著者略歴 —

- 1971年 京都大学工学部航空工学科卒業
1971年 神戸大学助手
1982年 米国ミシガン大学博士課程修了（応用力学専攻），Ph.D.
1992年 神戸大学教授
1994年 神戸大学大学院教授
2011年 神戸大学名誉教授

格子ボルツマン法・差分格子ボルツマン法

Lattice Boltzmann and Finite Difference Boltzmann Methods

© Michihisa Tsutahara 2018

2018年12月17日 初版第1刷発行



検印省略

著者	つたはら	みち	ひさ
	薦原	道	久
発行者	株式会社	コロナ社	
	代表者	牛来真也	
印刷所	新日本印刷株式会社		
製本所	有限会社	愛千製本所	

112-0011 東京都文京区千石 4-46-10
発行所 株式会社 コロナ社
CORONA PUBLISHING CO., LTD.

Tokyo Japan

振替 00140-8-14844 ・ 電話 (03)3941-3131 (代)

ホームページ <http://www.coronasha.co.jp>

ISBN 978-4-339-04658-8 C3053 Printed in Japan

(大井)



JCOPY < 出版者著作権管理機構 委託出版物 >

本書の無断複製は著作権法上での例外を除き禁じられています。複製される場合は、そのつど事前に、出版者著作権管理機構（電話 03-3513-6969, FAX 03-3513-6979, e-mail: info@jcopy.or.jp）の許諾を得てください。

本書のコピー、スキャン、デジタル化等の無断複製・転載は著作権法上での例外を除き禁じられています。購入者以外の第三者による本書の電子データ化及び電子書籍化は、いかなる場合も認めていません。落丁・乱丁はお取替えいたします。