微分積分講義テキスト

博士（工学）　石田　健一
博士（工学）　仲　　　隆　共著

コ ロ ナ 社

ま　え　が　き

本書は，1 冊で高校での微分積分から，偏微分・重積分の初歩までを速習するテキストです。高校数学の習熟度が不十分な場合でも他書を頻繁に参照することなく学習でき，分量として大学での授業 2 学期を想定し執筆しました。一つの節を授業 1 回分程度の内容になるように区切り，授業ごとのテーマをわかりやすくしました。授業 1〜2 回を問題演習または補足の時間とすると 1 学期 15 回授業としてちょうどよいと思います。なお，内容が本筋からそれるものや発展的な内容には$^{\bigstar}$ を付けてあります。

執筆の際，公式が天下りにならないようできるだけ前提となる定理等を挙げ ($\because$ は根拠を示します)，関連する事項を確認しやすいように，紙面に余裕があれば記載のページ番号も書きました。視覚的にも理解できるようにグラフなどの図を入れました。例題や節末の問題は基本的なものとし，単に計算が煩雑なものはなるべく避けました。節末の問題は，授業の課題とすることも想定して，関連の例題等を《 》で示し，巻末に略解のみを掲載しました。

本書の構成について述べます。2 章までを前半，残りが後半という位置付けです。前半は，1 章で微分法を，2 章で積分法を説明しています。通常，最初に配置される極限や数列の事項は後回しにしています。これらの事項で興味を削ぐことを避けるとともに，理工学の他の分野の学習の際に必要になると思われる微分積分の計算法を先に修得できるように配置しました。なお，1.1 節には関数の基本事項を一通り列挙しましたので，必要なときに参照して頂ければと思います。後半は，微分積分の理論的な面の補強と計算法の応用が目標で，3 章で微分の応用を，4 章で積分の応用を，2 変数関数を含めて説明しています。また，極限や数列を 3.1 節，3.2 節に配置しています。

次ページ以降に各項目の全体における位置付けの理解のため，重要な公式について**表 1**，**表 2** にまとめました。また，**図 1** に微分公式の導出の流れ，**図 2** に微分積分の構造を掲げました。

最後に，本書を出版する機会を与えてくださり編集の際にお世話になりましたコロナ社の方々に感謝の意を表します。

2017 年 3 月

石田　健一　　仲　　隆

表 1　微分積分の公式一覧

導関数 ① $f'(x)=\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$	不定積分　$F'(x)=f(x)$ のとき ⑰ $\displaystyle\int f(x)dx=F(x)+C$
② $(c)'=0$ ③ $(x^{\alpha})'=\alpha x^{\alpha-1}$	⑱ $\displaystyle\int x^{\alpha}dx=\frac{1}{\alpha+1}x^{\alpha+1}+C \qquad (\alpha\neq -1)$
④ $(e^{x})'=e^{x}$ ⑤ $(\log x)'=(\log\|x\|)'=\dfrac{1}{x}$	⑲ $\displaystyle\int e^{x}dx = e^{x}+C$ ⑳ $\displaystyle\int \frac{1}{x}dx = \log\|x\|+C$
⑥ $(\sin x)'=\cos x$ ⑦ $(\cos x)'=-\sin x$ ⑧ $(\tan x)'=\dfrac{1}{\cos^2 x}$	㉑ $\displaystyle\int \cos x dx=\sin x+C$ ㉒ $\displaystyle\int \sin x dx=-\cos x+C$ ㉓ $\displaystyle\int \frac{1}{\cos^2 x}dx=\tan x+C$
⑨ $(\sin^{-1}x)'=\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ ⑩ $(\tan^{-1}x)'=\dfrac{1}{1+x^2}$	㉔ $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx=\sin^{-1}x+C$ ㉕ $\displaystyle\int \frac{1}{1+x^2}dx=\tan^{-1}x+C$
線形性 ⑪ $\{f(x)+g(x)\}'=f'(x)+g'(x)$ ⑫ $\{kf(x)\}'=kf'(x) \qquad (k$ は定数$)$	線形性 ㉖ $\displaystyle\int\{f(x)+g(x)\}dx=\int f(x)dx+\int g(x)dx$ ㉗ $\displaystyle\int\{kf(x)\}dx=k\int f(x)dx \qquad (k$ は定数$)$
積の微分法 ⑬ $\{f(x)g(x)\}'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$	部分積分法 ㉘ $\displaystyle\int f(x)g'(x)dx=f(x)g(x)-\int f'(x)g(x)dx$
商の微分法 ⑭ $\left\{\dfrac{f(x)}{g(x)}\right\}'=\dfrac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{\{g(x)\}^2}$	
合成関数の微分法 $y=f(u),\ u=g(x)$ とする。 ⑮ $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{dy}{du}\cdot\dfrac{du}{dx}$	置換積分法　$x=g(t)$ とする。 ㉙ $\displaystyle\int f(x)dx=\int f(g(t))g'(t)dt$
逆関数の導関数 ⑯ $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{1}{dx/dy}$	

定積分　$F'(x)=f(x)$ のとき ㉚ $\displaystyle\int_a^b f(x)dx=\Big[F(x)\Big]_a^b=F(b)-F(a)$
定積分における置換積分法 $a=g(\alpha),\ b=g(\beta)$ とする。 ㉛ $\displaystyle\int_a^b f(x)dx=\int_\alpha^\beta f(g(t))g'(t)dt$
定積分における部分積分法 ㉜ $\displaystyle\int_a^b f(x)g'(x)dx=\Big[f(x)g(x)\Big]_a^b-\int_a^b f'(x)g(x)dx$

表 2　三角関数，指数関数・対数関数に関する公式一覧

三角関数に関する公式

三角関数の相互関係

㉝ $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$　㉞ $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$　㉟ $1 + \tan^2\theta = \dfrac{1}{\cos^2\theta}$

㊱ $\sin(\theta + 2n\pi) = \sin\theta$　㊲ $\cos(\theta + 2n\pi) = \cos\theta$　㊳ $\tan(\theta + n\pi) = \tan\theta$　(n は整数)

㊴ $\sin(-\theta) = -\sin\theta$　㊵ $\cos(-\theta) = \cos\theta$　㊶ $\tan(-\theta) = -\tan\theta$

㊷ $\sin(\theta + \pi) = -\sin\theta$　㊸ $\cos(\theta + \pi) = -\cos\theta$　㊹ $\tan(\theta + \pi) = \tan\theta$

㊺ $\sin\left(\theta + \dfrac{\pi}{2}\right) = \cos\theta$　㊻ $\cos\left(\theta + \dfrac{\pi}{2}\right) = -\sin\theta$　㊼ $\tan\left(\theta + \dfrac{\pi}{2}\right) = -\dfrac{1}{\tan\theta}$

㊽ $\sin(\pi - \theta) = \sin\theta$　㊾ $\cos(\pi - \theta) = -\cos\theta$　㊿ $\tan(\pi - \theta) = -\tan\theta$

(51) $\sin\left(\dfrac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos\theta$　(52) $\cos\left(\dfrac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin\theta$　(53) $\tan\left(\dfrac{\pi}{2} - \theta\right) = \dfrac{1}{\tan\theta}$

加法定理

(54) $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$

(55) $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$

(56) $\tan(\alpha \pm \beta) = \dfrac{\tan\alpha \pm \tan\beta}{1 \mp \tan\alpha\tan\beta}$

(複号同順)

2 倍角の公式

(57) $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$

(58) $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$
$= 1 - 2\sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$

(59) $\tan 2\alpha = \dfrac{2\tan\alpha}{1 - \tan^2\alpha}$

半角の公式

(60) $\sin^2\alpha = \dfrac{1 - \cos 2\alpha}{2}$

(61) $\cos^2\alpha = \dfrac{1 + \cos 2\alpha}{2}$

(62) $\tan^2\alpha = \dfrac{1 - \cos 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}$

3 倍角の公式

(63) $\sin 3\alpha = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$

(64) $\cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$

三角関数の合成公式

(65) $a\sin\theta + b\cos\theta = \sqrt{a^2 + b^2}\sin(\theta + \alpha)$

ただし $\cos\alpha = \dfrac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$，$\sin\alpha = \dfrac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

積和公式

(66) $\sin\alpha\cos\beta = \dfrac{1}{2}\{\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)\}$

(67) $\cos\alpha\sin\beta = \dfrac{1}{2}\{\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)\}$

(68) $\cos\alpha\cos\beta = \dfrac{1}{2}\{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)\}$

(69) $\sin\alpha\sin\beta = -\dfrac{1}{2}\{\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta)\}$

和積公式

(70) $\sin A + \sin B = 2\sin\dfrac{A + B}{2}\cos\dfrac{A - B}{2}$

(71) $\sin A - \sin B = 2\cos\dfrac{A + B}{2}\sin\dfrac{A - B}{2}$

(72) $\cos A + \cos B = 2\cos\dfrac{A + B}{2}\cos\dfrac{A - B}{2}$

(73) $\cos A - \cos B = -2\sin\dfrac{A + B}{2}\sin\dfrac{A - B}{2}$

指数関数・対数関数に関する公式

指数　$a > 0,\ a \neq 1$ とする。

(74) $a^0 = 1$　(75) $a^{-x} = \dfrac{1}{a^x}$

(76) $a^{\frac{q}{p}} = \sqrt[p]{a^q}$　(p は正の整数，q は整数)

(77) $a^x a^y = a^{x+y}$　(78) $(a^x)^y = a^{xy}$

(79) $(ab)^x = a^x b^x$

(80) $a^x = e^{x\log a}$

対数　$a > 0,\ a \neq 1,\ b > 0,\ c > 0,\ c \neq 1,$ $M > 0,\ N > 0$ とする。

(81) $y = a^x \Longleftrightarrow x = \log_a y$

(82) $a^{\log_a M} = M$

(83) $\log_a 1 = 0$　(84) $\log_a a = 1$

(85) $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$

(86) $\log_a \dfrac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$

(87) $\log_a M^k = k\log_a M$

(88) $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$

大小関係

(89) $a > 1$ のとき，　$u < v \Longleftrightarrow a^u < a^v$，$\log_a u < \log_a v$

(90) $0 < a < 1$ のとき，　$u < v \Longleftrightarrow a^u > a^v$，$\log_a u > \log_a v$

(91) $a > 0, a \neq 1$ のとき，　$u = v \Longleftrightarrow a^u = a^v$，$\log_a u = \log_a v$

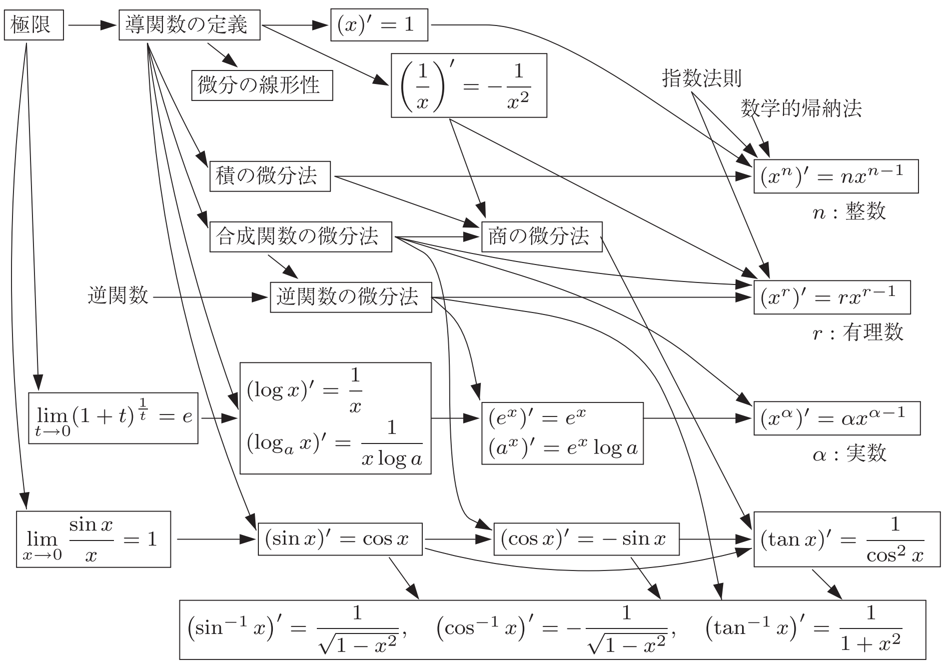


図 1　微分公式の導出

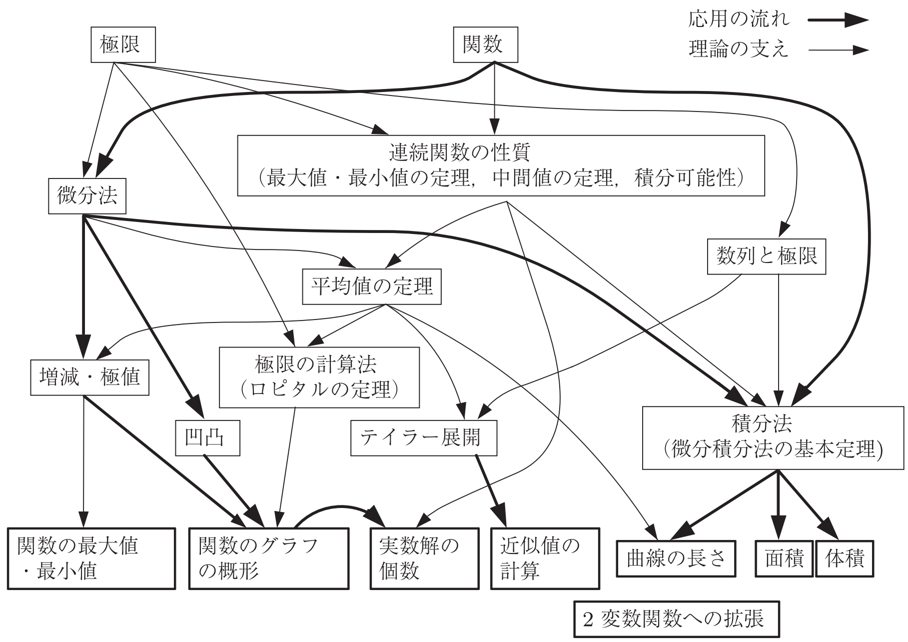


図 2　微分積分の構造

目　　　次

1.　微　　分　　法

2.　積　　分　　法

3.　微 分 の 応 用

4. 積 分 の 応 用

1 微　分　法

1.1　関　　数

本節では，実数と微分積分で扱う主な関数について基本事項をまとめておく。

(１)　**実　　数**　図 **1.1** のように左右に無限にのびた直線があるとする。この直線上の 1 点 O をとり 0 を対応させる。さらに単位の長さ l と正の向きを (通常右に) 定める。こうして，直線上の点と数を対応させるとき，この直線を**数直線**といい，点 O をその**原点**という。

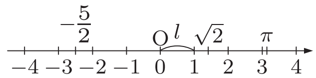


図 **1.1**　数直線

数直線上の点に対応する数を**実数**という。実数の中で 0,±1,±2, ±3, $\cdots$ を**整数**という。整数は，正の整数 $(1, 2, 3, \cdots)$，負の整数 $(-1, -2, -3, \cdots)$ および 0 から成る。$\dfrac{m}{n}$　(m は整数，n は正の整数) と表される数を**有理数**という。有理数でない実数を**無理数**という。例えば，$\sqrt{2}$，π は無理数である。

実数 a に対応する数直線上の点を A とする。原点 O から点 A までの距離 OA を a の**絶対値**といい，$|a|$ で表す。式を使えば，絶対値は次のように定義される。

定義 1.1　(絶対値)

$$|a| = \begin{cases} a & (a \geqq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

例 1.1　$|3| = 3$ であり，$|-5| = 5$ となる (図 **1.2**)。

数直線上の 2 点 A, B に対応する実数をそれぞれ a, b とすると，A, B 間の**距離**は $|b-a|$ で与えられる (図 **1.3**)。

集合 $\{x \,|\, a < x < b\}$，$\{x \,|\, a \leqq x \leqq b\}$，$\{x \,|\, a < x\}$，$\{x \,|\, x < b\}$ などのような実数全体の

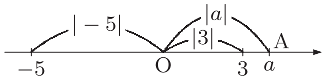


図 **1.2**　絶対値

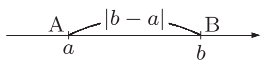


図 **1.3**　距　離

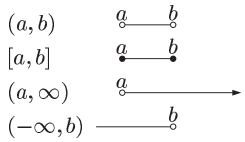


図 **1.4**　区　間

部分集合を**区間**といい，それぞれ (a,b)，$[a,b]$，(a,∞)，$(-\infty,b)$ のように表す (**図 1.4**)。特に実数全体は $\mathbb{R}=(-\infty,\infty)$ と表す。(a,b) を**開区間**，$[a,b]$ を**閉区間**という [†1]。

(2)　関　　数　二つの変数 x，y があって，x の値を一つ与えると，その値に対応して y の値がただ一つ定まる関係があるとき，y は x の**関数**であるという (**図 1.5**)。x を**独立変数**，y を**従属変数**という。

$$y = f(x)$$

従属変数　　関数名　　独立変数

$$y \longleftarrow \boxed{f(\quad)} \longleftarrow x$$

図 1.5　関　数

一般に y が x の関数であることを，$y=f(x)$ と表す。これを単に，関数 $f(x)$ ということもある。また，関数 $y=f(x)$ において，$x=a$ に対応する y の値を $x=a$ における**関数 $\boldsymbol{f(x)}$ の値**といい，$f(a)$ で表す。

例 1.2　関数 $f(x)=x^2-1$ について，次のように記す。

$$f(3)=3^2-1=8, \qquad f(x-p)=(x-p)^2-1$$

$$f(a+h)=(a+h)^2-1=a^2+2ah+h^2-1, \qquad f(x^2)=(x^2)^2-1=x^4-1$$

関数 $y=f(x)$ において，変数 x のとる値の範囲をこの関数の**定義域**という。特に断りがない場合，定義域はその関数が定まる最も広い範囲を考える。また，x が定義域のすべての値をとるとき，それに対応する変数 y のとる値の範囲をこの関数の**値域**という。

例 1.3　$y=x^2$ は，定義域が実数全体，値域が $y \geqq 0$ となる関数である (図 1.9 参照)。

例 1.4　$y=\sqrt{1-x^2}$ は，定義域が $-1 \leqq x \leqq 1$，値域が $0 \leqq y \leqq 1$ となる関数である (1.1 節 (5) 無理関数および図 1.36 参照)。

例 1.5　x が有理数のとき $f(x)=1$，x が無理数のとき $f(x)=0$ となる関数は，定義域が実数全体，値域が $f(x)=0,1$ となる関数で，**ディリクレ関数**と呼ばれる。

図 1.6 のように平面上に互いに原点で直交する二つの数直線を定めると，二つの実数の組 (a,b) と点 P を対応させることができる。この組 (a,b) を点 P の**座標**といい，二つの数直線を**座標軸**という [†2]。座標軸が定められた平面を**座標平面**という。座標平面を導入することで，数や関数についての問題を図形的に扱うことができ，逆に図形の問題を数や関数の定理を用いて考察することができる。

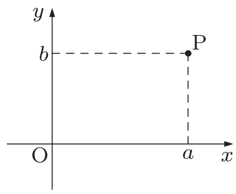


図 1.6　座標平面

座標平面上に点 $(x,f(x))$ の全体をかいてできる図形を関数 $y=f(x)$ の**グラフ**または**曲線** $y=f(x)$ という。したがって，点 (a,b) が関数 $y=f(x)$ のグラフ上にあることは，関係 $b=f(a)$ が成り立つことと同じである。

次に，基本的な関数について基本事項をまとめ，そのグラフ概観しておこう。

---

†1　∞ は「**無限大**」と読み，端が存在しないことを示す。また，区間を示すのに集合の記法を用いないで，例えば，区間 $\{x \mid a \leqq x \leqq b\}$ を区間 $a \leqq x \leqq b$ と書くことがある。

†2　(a,b) は，区間を示す場合と座標を示す場合があるので，注意しなければならない。

(3) 多項式関数　n を正の整数とする。

$$P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$$

の形で表される式を**多項式**といい，多項式で表される関数 $y = P(x)$ を**多項式関数**という。なお，n 次式で表される関数を $\boldsymbol{n}$ **次関数**という。

1 次式 $y = ax + b$ $(a, b$ は定数，$a \neq 0)$ で表される関数を **1 次関数**という。そのグラフは**直線**となる。よってこれを単に直線 $y = ax + b$ といい，関係式 $y = ax + b$ をこの直線の方程式ともいう。定数 a は**傾き**と呼ばれ，直線がどれだけ傾いているかを示す量である。定数 b は $\boldsymbol{y}$ **切片**と呼ばれ，その直線が y 軸と点 $(0, b)$ で交わることを示す [†1]。直線の方程式は微分の基礎となる。

定理 1.1　(直線の方程式)　傾き a で点 (x_1, y_1) を通る直線の方程式は

$$y - y_1 = a(x - x_1)$$

で与えられる (**図 1.7**)。

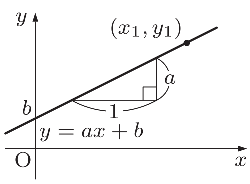


図 1.7　直線の方程式

$\boxed{\text{証明}}$　傾き a の直線の方程式は $y = ax + b$ で与えられる。これが，点 (x_1, y_1) を通るので，$y_1 = ax_1 + b$，すなわち，$b = y_1 - ax_1$。これを元の式に代入すると，$y = ax + y_1 - ax_1$。整理して $y - y_1 = a(x - x_1)$ を得る。 □

例 1.6　点 (2,3) を通り，傾きが 4 の直線の方程式は，$y - 3 = 4(x - 2)$，すなわち $y = 4x - 5$ である。

$x_1 \neq x_2$ のとき，異なる 2 点 (x_1, y_1)，(x_2, y_2) を通る直線の傾きを a とすると，$a = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ である (**図 1.8**)。これから異なる 2 点を通る直線の方程式が定理 1.1 により求められる。

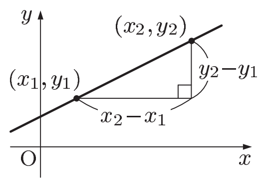


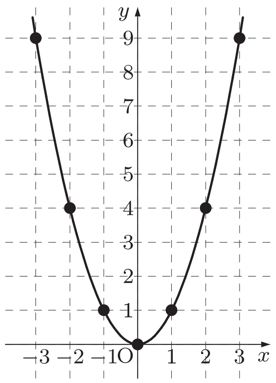
図 1.8　2 点を通る直線

例 1.7　点 (2,3)，(4,5) を通る直線の方程式は，$y - 3 = \dfrac{5-3}{4-2}(x - 2)$，すなわち $y = x + 1$ である。

2 次式 $y = ax^2 + bx + c$ $(a, b, c$ は定数，$a \neq 0)$ で表される関数を **2 次関数**という。最も基本的な 2 次関数 $y = x^2$ のグラフをかこう。変数 x の主な値に対応する変数 y の値を表にまとめ，各点を結ぶと**図 1.9** のグラフを得る [†2]。2 次関数のグラフの形を**放物線**という。

[†1] もし直線が y 軸に平行であれば直線の方程式は $x = p$ (p は定数) の形になる

[†2] より多くの x について対応する関数の値 y を計算すれば，より正確に関数のグラフをかくことができる。多くの関数の値を計算して，正確な関数のグラフをかくには，コンピュータを利用するとよい。ただし，それでもすべての点を調べることは不可能であり，既知の関数のグラフを平行移動したり，微分法を利用してグラフの概形をつかむことが重要である。



x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	9	4	1	0	1	4	9

図 1.9　$y = x^2$

2 次関数 $y = a(x-p)^2 + q$ のグラフは，2 次関数 $y = ax^2$ のグラフを x 軸方向に p，y 軸方向に q だけ平行移動したグラフとなる (**図 1.10**)。

例 1.8　2 次関数 $y = -2x^2 + 5x - 1$ のグラフは

$$y = -2x^2 + 5x - 1 = -2\left(x^2 - \frac{5}{2}\right) - 1$$
$$= -2\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 + 2 \cdot \frac{25}{16} - 1$$
$$= -2\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 + \frac{17}{8}$$

と変形できるから，2 次関数 $y = -2x^2$ のグラフを，x 軸方向に $\frac{5}{4}$，y 軸方向に $\frac{17}{8}$ だけ平行移動したグラフとなる (**図 1.11**)。

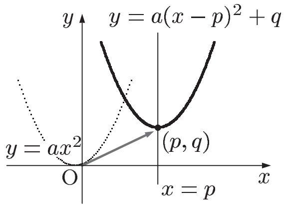


図 1.10　2 次関数の平行移動

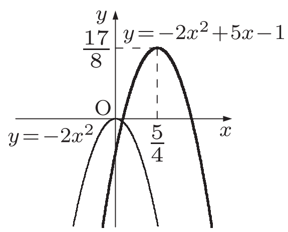


図 1.11　$y = -2x^2 + 5x - 1$

解説　例 1.8 の式変形を，**平方完成**という $(x+a)^2 = x^2+2ax+a^2$ を書き換え，$x+2ax = (x+a)^2-a^2$ が成り立つことを用いる。

これをさらに一般化すると，次のことがわかる。

定理 1.2　(グラフの平行移動)　関数 $y = f(x-p) + q$ のグラフは，関数 $y = f(x)$ のグラフを x 軸方向に p，y 軸方向に q だけ**平行移動**したグラフとなる。

証明　関数 $y = f(x)$ のグラフを x 軸方向に p，y 軸方向に q だけ平行移動したグラフを $y = g(x)$ とする (**図 1.12**)。曲線 $y = g(x)$ 上の点 $\mathrm{Q}(a, b)$ について，点 $\mathrm{P}(a-p, b-q)$ は曲線 $y = f(x)$ 上の点なので，$b - q = f(a-p)$ を満たす。　□

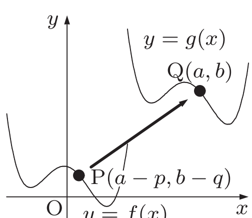


図 1.12　グラフの平行移動

(4) 有理関数

$\dfrac{\text{多項式}}{\text{多項式}}$ で表される式を**有理式**といい，有理式で表される関数を**有理関数**という。有理関数は分母の値が 0 にならない x の値に対して定義される。分母に変数を含むときは**分数関数**という。

最も基本的な分数関数 $y = \dfrac{1}{x}$ のグラフをかこう。なお，関数 $y = \dfrac{1}{x}$ の定義域は $x \neq 0$ で

あり，値域は $y \neq 0$ である。変数 x に対応する変数 y の値を調べ，グラフをかくと**図 1.13** のようになる。分数関数 $y = \dfrac{1}{x}$ のグラフは $x = 0$ で途切れている。

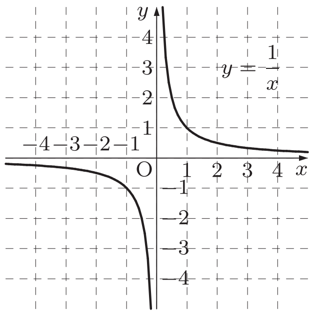


図 1.13　$y = \dfrac{1}{x}$

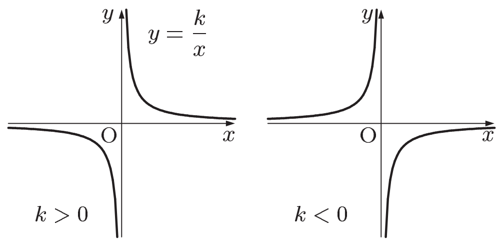


図 1.14　直角双曲線

k を定数として，関数 $y = \dfrac{k}{x}$ のグラフの概形を**図 1.14** に示す。この曲線は**直角双曲線**と呼ばれる。

また，定理 1.2 からわかるように，関数 $y = \dfrac{k}{x-p} + q$ のグラフは，関数 $y = \dfrac{k}{x}$ のグラフを x 軸方向に p，y 軸方向に q だけ平行移動したグラフとなる。

例題 1.1　関数 $y = \dfrac{2x+5}{x+1}$ のグラフをかけ。

【解答】　$y = \dfrac{2x+5}{x+1} = \dfrac{2(x+1)+3}{x+1} = \dfrac{3}{x+1} + 2$ より，関数 $y = \dfrac{2x+5}{x+1}$ のグラフは関数 $y = \dfrac{3}{x}$ のグラフを x 軸方向に -1，y 軸方向に 2 だけ平行移動したグラフとなる (**図 1.15**)。　◇

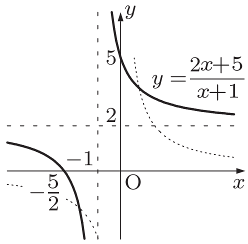


図 1.15

(5)　無 理 関 数　　$x^2 = a$ になる数 x を a の **2 乗根** (**平方根**)[†] という。正の実数 a の平方根は正と負の一つずつがある。そのうち正の数を $\sqrt{a}$ と書く (負の数は $-\sqrt{a}$ と書く)。$x^3 = a$ になる数 x を a の **3 乗根** (**立方根**) という。立方根は a の正負にかかわらずただ一つあり，$\sqrt[3]{a}$ と書く。

一般に，n を正の整数とするとき，$x^n = a$ となる数 x を x を a の $\boldsymbol{n}$ **乗根**という。n が偶数であれば正の数 a に対して正の n 乗根がただ一つあり，それを $\sqrt[n]{a}$ と書く。n が奇数であれば a の正負にかかわらず a の n 乗根がただ一つあり，それを $\sqrt[n]{a}$ と書く。これらをあわせ

[†] **平方根の性質**　平方根は次の性質を満たす（根号内は正とする）。
$(\sqrt{a})^2 = (-\sqrt{a})^2 = a$，$\sqrt{a^2} = |a|$，$\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$，$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$，$\sqrt{k^2 a} = |k|\sqrt{a}$

索　　引

—— 著 者 略 歴 ——

石田　健一（いしだ　けんいち）
1992 年　九州大学工学部情報工学科卒業
1994 年　九州大学大学院工学研究科修士課程修了
（情報工学専攻）
1997 年　九州大学大学院システム情報科学研究科博士後期課程修了（情報工学専攻），博士（工学）
1997 年　九州大学助手
1999 年　九州大学大学院助手
2002 年　九州産業大学助教授
2007 年　九州産業大学准教授
2013 年　九州産業大学教授
現在に至る

仲　隆（なか　たかし）
1981 年　筑波大学第二学群生物学類卒業
（基礎生物学主専攻）
1983 年　筑波大学大学院理工学研究科修士課程修了
（電子・情報工学分野）
1983 年　株式会社三菱総合研究所
1989 年　埼玉短期大学
1998 年　博士（工学）（筑波大学）
2002 年　九州産業大学助教授
2006 年　九州産業大学教授
現在に至る

微分積分講義テキスト
Textbook for Calculus Courses

2017 年 8 月 10 日　初版第 1 刷発行　★

検印省略

著　　者　石　田　健　一
　　　　　仲　　　　　隆
発 行 者　株式会社　コ ロ ナ 社
　　　　　代 表 者　牛 来 真 也
印 刷 所　三 美 印 刷 株 式 会 社
製 本 所　有限会社　愛 千 製 本 所

112–0011　東京都文京区千石 4–46–10
発 行 所　株式会社　コ ロ ナ 社
CORONA PUBLISHING CO., LTD.
Tokyo Japan
振替 00140–8–14844・電話(03)3941–3131(代)
ホームページ　http://www.coronasha.co.jp

ISBN 978–4–339–06114–7　C3041　Printed in Japan　（大井）