

# デジタル通信システム工学 講義ノート

博士（工学）工藤栄亮 著

コロナ社

# まえがき

いまや通信ネットワークは生活に必要な不可欠な社会インフラの一つであり、通信ネットワーク技術者に対する産業界からの需要は高い。そのような技術者をを目指す学生にとって通信システム工学は必要な専門科目である。著者はこれまで10年以上にわたり、地方の私立大学の工学部において、通信システム工学を教えている。

18歳人口の減少もあり、大学入学者の学力は多様化している。携帯電話やタブレットが身近な存在であることから通信ネットワーク技術者を志したものの、三角関数や微分積分に精通していない学生も多く、ノートをとる習慣が身につけていない学生すら少なからず存在している。さらには、学部1、2年の頃に学ぶ数学系の科目に対し、将来通信システム工学を学ぶ際に必要になることを理解できぬまま挫折してしまう学生も少なくない。

近年の通信ネットワークの進化は激しい。通信システムに関する書籍は多数あり、カラー刷りの書や、平易な表現の書もあるものの、単に用語の理解にとどまってしまっただけでは将来技術者として活躍するためには不十分である。一方、理論的に正確に書かれた書籍は、学習習慣が身につけていない学生にとって、独学で読みこなすのは容易ではない。

本書は工学部系の大学学部学生を対象として、前述のように多様な学生に対しても学習効果が得られるような教科書を目指している。本書の特徴は以下の3点である。①初学者の段階で数学系の科目への興味を失わないよう、大学初等教育で学修する数学系の科目が通信システムを学ぶうえでどのように関連するかを学ぶ章を設けた（著者の所属している大学では学部1年生向けに通信工学入門という講義を開講しており、本章はこのテキストとなっている）。②本文の記述中に空欄を設け、講義を聞きながら、その空欄を自ら埋めていく作業を読者に課している。手を動かすことにより知識の定着をはかるだけでなく、読者が本書に積極的に書き込みを入れることにより、読者にとってオリジナルなノートとなることを目指している。③通信ネットワークが今後進化しても、基礎となる理論を修得できるよう配慮するとともに、幅広い技術を平易に解説することを心掛けた。なお、本書空欄の解答はコロナ社の本書書籍詳細ページ (<https://www.coronasha.co.jp/np/isbn/9784339029352/>) に掲載されている (p.58 参照)。

ICTシステムの利活用が進み、e-ラーニングや、e-ラーニングを事前学習に利用する反転授業が注目されてきている。事前学習として空欄を埋める作業を課し、反転授業の際に問題演習を行うことにより、本書はこのような学習システムに対しても、学習効果を上げることができると期待している。

2023年2月

工藤栄亮

# 目 次

## 1. 通信システム入門

1.1 通信システムとは	1
1.2 通信システムのパラメータ	3
1.2.1 周波数と波長	3
1.2.2 デシベル	4
1.3 通信システムと解析	6
1.4 通信システムと線形代数	9
1.4.1 行列	9
1.4.2 誤り訂正符号	10
1.4.3 MIMO	11
1.5 通信システムと確率・統計	13
1.5.1 誤り率	13
1.5.2 確率変数と確率密度関数	14
演習問題	18

## 2. 情報源符号化と通信路符号化

2.1 情報源符号化	20
2.2 通信路符号化	26
演習問題	32

## 3. フーリエ級数・フーリエ変換

3.1 フーリエ級数	33
3.2 フーリエ変換	38
3.3 フーリエ変換の性質	42
3.3.1 偶関数と奇関数	42
3.3.2 双対性	43
3.3.3 縮尺性	43

3.3.4 時間シフト	44
3.3.5 周波数シフト	44
3.3.6 微分	44
3.3.7 積分	45
3.3.8 畳込み	45
演習問題	45

## 4. 線形システム

4.1 インパルス応答と伝達関数	47
4.2 複数の線形システムの縦続接続	48
4.3 理想低域通過フィルタ	49
4.4 理想帯域通過フィルタ	50
演習問題	51

## 5. デジタル変調

5.1 ベースバンド伝送	52
5.2 搬送波帯域伝送	54
5.2.1 2ASK	55
5.2.2 2FSK	56
5.2.3 2PSK	56
5.2.4 QAM	57
演習問題	58

## 6. デジタル復調

6.1 デジタル伝送における最適受信フィルタ	59
6.2 デジタル復調における誤り率	61
6.3 検波	64
演習問題	66

## 7. 多重伝送

7.1 各種多重アクセス方式 (FDMA, TDMA, CDMA)	67
7.2 DS-CDMA	69

7.3 OFDM	73
7.3.1 対 称 性	77
7.3.2 循 環 シ フ ト	77
7.4 ランダムアクセス方式	77
7.4.1 ピュア・アロハ方式	77
7.4.2 スロットテッド・アロハ方式	80
7.4.3 CSMA/CA	81
演 習 問 題	82

## 8. さまざまな通信システム

8.1 携帯電話システム	84
8.1.1 セ ル 構 成	84
8.1.2 移動無線伝搬路	87
8.1.3 フェージング下における誤り率	90
8.2 衛星通信システム	92
演 習 問 題	94

## 9. 通信トラヒック解析

9.1 即 時 系	96
9.2 待 時 系	101
9.2.1 待ち合わせ許容呼数 $m$ が無限大 $\infty$ の場合	101
9.2.2 待ち合わせ許容呼数が有限の場合	104
9.3 ユーザ数が有限の場合	106
9.3.1 即 時 系	107
9.3.2 待 時 系	110
演 習 問 題	112

引用・参考文献	114
---------	-----

演習問題解答	115
--------	-----

索 引	126
-----	-----

# 通信システム入門

通信システムでは、電波や光などを媒体として、情報を伝送する。このような媒体は波として表される。したがって、その性質を理解するには、ある程度の数学的な素養が必要である。このような数学は、大学初年次等の時期に、通信システムに関する授業を受講する前に学ぶことになるのだが、数学が苦手な学生にとっては、どのようにこれらの数学が利用されるか理解できず、学ぶ意義が見いだせなくなって挫折してしまうことも多い。そこで、本章では大学初年次等の時期に学ぶ数学が、どのように通信システムを学ぶ際に役に立つのかについて述べる。とはいえ、通信システムと数学との関係を述べる前に、通信システムに関する最低限の知識は必要であるので、まず通信システムを学ぶ際に重要なパラメータについて説明する。その上で、微分や積分を扱う解析、ベクトルや行列を扱う線形代数、確率について扱う確率・統計と通信システムの関わりについて述べる。

## 1.1 通信システムとは

通信の意味は、広辞苑（第6版）によると、「① 人がその意思を他人に知らせること。音信を通ずること。たより。② 郵便・電信・電話・パソコンなどによって、意思や情報を通ずること。」とされている。通ずるということは送信するものと受信するものがあるので、いいかえると、通信とは、「送信側から受信側に情報を伝送すること」である。通信を実現するシステムが通信システムであるので、通信システムの構成は図 1.1 のようになる。

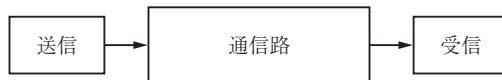


図 1.1 通信システムの構成

通信システムの例として、電話、ラジオ、テレビ、インターネット等を挙げることができる。これらの例はいずれも現代に実存するものだが、通信システムは昔から存在していた。文書によって伝達するシステムとして、現代でも郵便があるが、江戸時代には飛脚があり、さらに古くは伝書鳩がある。ノアが方舟から鳩を放ち、オリーブの葉を加えて鳩が戻ってきたことから陸地があらわれたことを確認した逸話からも伝書鳩の歴史の長さを感じさせられる。また、聴覚を利用する通信システムとして、太鼓や梵鐘（寺の鐘）がある。さらに、視覚を利用する通信システムとして、狼煙<sup>のろし</sup>、旗振り通信、腕木伝言がある。

さて、現代において最も身近な通信システムとして、携帯電話がある。図 1.2 に、日本における携帯電話加入者数の推移を示す。2010 年代初頭以降の携帯電話加入者数は日本の人口を

2 1. 通信システム入門

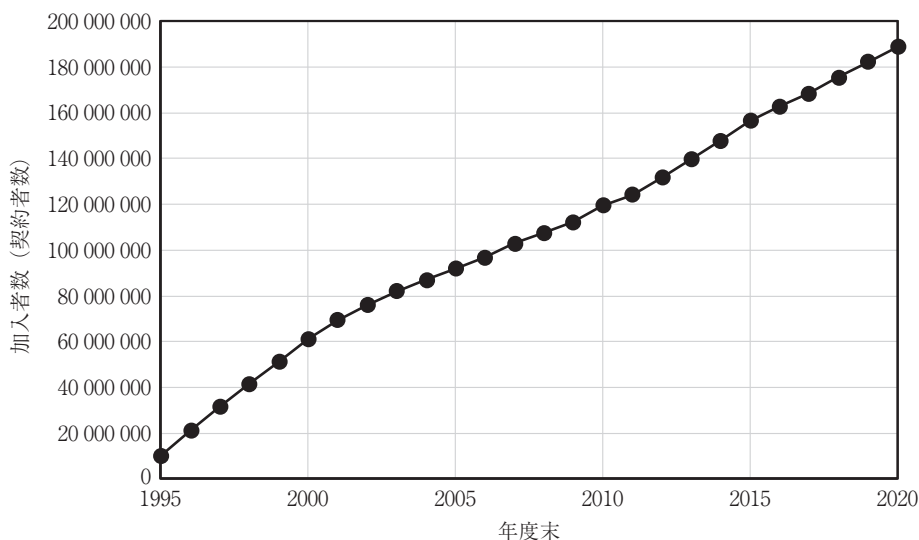


図 1.2 日本における携帯電話加入者数の推移 (電気通信事業者協会Webページ, <https://www.tca.or.jp/database/index.html> より作成)

超えており、一人で複数台の携帯電話を所有している人が少なくないことを示している。さらに、現代社会では、通信システムは社会インフラの一つであり、通信システムを学ぶ必要のある技術者が増えていることもうかがえる。

通信システムの構成はおおまかには図 1.1 のように表されるが、現代社会で普及している、携帯電話、テレビ、インターネット等のデジタル通信システムの構成は図 1.3 のように表される。送信すべき情報はテキスト、音、映像などであり、アナログ信号である場合も多い。これらの情報に対し、**情報源符号化**と**通信路符号化**の二つの符号化を行った後に、信号は送信機を経て、通信路に送信される。通信路では雑音が付加され、受信機で受信される (実際の通信システムでは受信機における増幅器でも雑音が発生する)。受信機から得られた信号は、通信路符号化と情報源符号化に対応した復号が行われ、情報が得られる。ここで、情報源符号化と通信路符号化という二つの符号化が行われるのは、これらの符号化の目的が異なるからであ

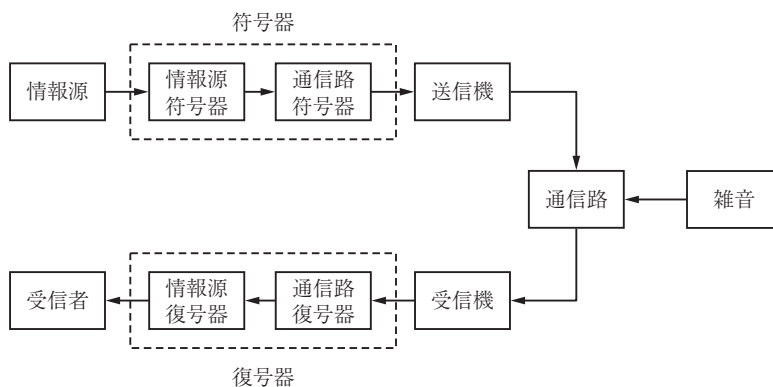


図 1.3 通信システムの構成

る。情報源から発せられた情報をなるべくコンパクトなデジタル符号に変換するのが、情報源符号化である。一方、通信路上で発生する誤りを訂正したり、検出したりして、受信情報の信頼性を向上させるための符号化を行うのが通信路符号化である。



## 1.2 通信システムのパラメータ



通信システムは、電波や光波などの波を使って情報を伝達する。波を記述するうえで大切なパラメータとして、**周波数**と**波長**がある。また、通信システムでは、情報を伝達する波の大きさを表す際に**デシベル**が用いられることが多い。本節では、周波数と波長、デシベルについて学ぶ。

### 1.2.1 周波数と波長

波は一般的に三角関数で表されることが多い。式 (1.1) に時刻  $t$  に対する波形  $g(t)$  の式を、**図 1.4** に波形を示す。 $|g(t)|$  の最大値は**振幅**と呼ばれ、**図 1.4** より 1 である。

$$g(t) = \sin 2\pi ft \quad (1.1)$$

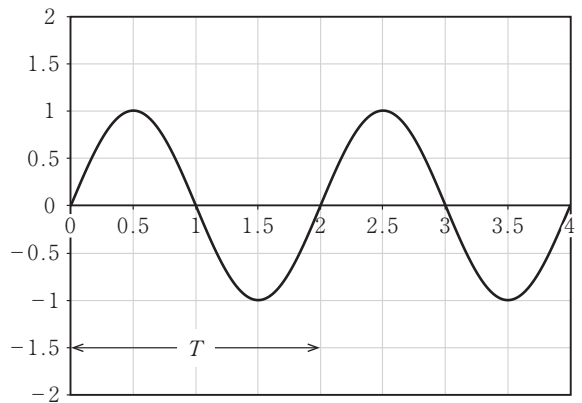


図 1.4  $g(t)$  の波形

式 (1.1) において、 $f$  は周波数である。周波数とは、波の振動が単位時間当りに繰り返される数であり、振動数とも呼ばれる。周期を  $T$  とすると、周波数  $f$  は次式で表される。

$$f = \frac{1}{T} \quad (1.2)$$

周期  $T$  の単位は s (second: 秒) であり、周波数  $f$  の単位は Hz である。ここで、式 (1.2) より、Hz という単位は  $1/s$  に対応していることがわかる。

波長  $\lambda$  は、波の速さを  $v$  とすると次式で表される。

$$\lambda = \frac{v}{f} \quad (1.3)$$

ここで、 $v$  の単位は  $m/s$  であり、 $\lambda$  の単位は  $m$  であるので、 $f$  の単位が  $\text{Hz} = 1/s$  であること



を思い出せば、式 (1.3) は容易に理解できる。

**〔例題 1.1〕**

1 GHz の電波の波長はいくらか。

**解**

電波は光と同じ電磁波の一種であるから、その速さは、光の速さ  $c$  に等しい。

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

式 (1.3) より

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{1 \times 10^9} = 0.3 \text{ m}$$



### 1.2.2 デシベル

デシベルについて述べる前に、**指数と対数**について説明する。まず、 $A$  を  $n$  個乗算したものを  $A$  の  $n$  乗といい、次式が成り立つ。

$$A \cdot A \cdots A = A^n \tag{1.4}$$

式 (1.4) において、 $n$  は指数と呼ばれる。

いま、 $A$  を正の数とし、 $A^n = x$  とおくと、 $n$  は  $A$  を底とする  $x$  の対数であり次式で表される。

$$n = \log_A x \tag{1.5}$$

さて、デシベルは dB と表される。ここで、d (デシ) は 1/10 の意味で、B (ベル) は人名 (Alexander Graham Bell) に由来している。dB (デシベル) は、比を対数で表示する単位である。

比  $x = \frac{B}{A}$  を dB で表すと、次式のようになる。

$$10 \log_{10} x = 10 \log_{10} \frac{B}{A} \tag{1.6}$$

**〔例題 1.2〕**

信号電力が 100 mW、雑音電力が 1 mW のときの**信号電力対雑音電力比**を dB (デシベル) で表すといくらになるか。

**解**

式 (1.6) より

$$10 \log_{10} \frac{100 \times 10^{-3}}{1 \times 10^{-3}} = 10 \log_{10} 100 = 20 \text{ dB}$$



いま、**図 1.5** のように、縦続接続されている三つの装置に対して、 $A$  が入力されたとき、出力が  $B$  になったとする。なお、三つの装置はそれぞれ、入力信号を  $x_1$  倍、 $x_2$  倍、 $x_3$  倍に増

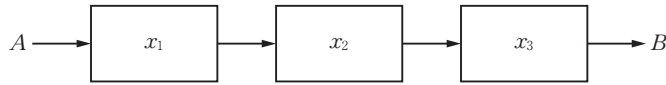


図 1.5 縦続接続された装置

幅して出力するものとする。

この装置の出力対入力の比は次式で表される。

$$\frac{B}{A} = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \quad (1.7)$$

ここで、 $x_1, x_2, x_3$  のデシベル表記での値（デシベル値）を  $X_1, X_2, X_3$  とすると、 $X_1, X_2, X_3$  はそれぞれ次式で表される。

$$X_1 = 10 \log_{10} x_1 \quad (1.8)$$

$$X_2 = 10 \log_{10} x_2 \quad (1.9)$$

$$X_3 = 10 \log_{10} x_3 \quad (1.10)$$

式 (1.7) より、次式が得られる。

$$\begin{aligned} 10 \log_{10} \frac{B}{A} &= 10 \log_{10}(x_1 \cdot x_2 \cdot x_3) \\ &= 10 \log_{10} x_1 + 10 \log_{10} x_2 + 10 \log_{10} x_3 \\ &= X_1 + X_2 + X_3 \end{aligned} \quad (1.11)$$

式 (1.7) と式 (1.11) を比較することにより、元の値（真値）では、乗算で表されていたのに、デシベル値では、加算で表されることがわかる。このように、デシベルを使うと乗算が加算に、除算が減算になり、計算が容易になる。

つぎに、波は最終的に電氣的信号に変換されて観測されることが多いので、電気信号について考える。**電力**とは、単位時間当りの電流がする仕事のことであり、**電圧**  $V$ 、**抵抗値**  $R$  とすると電力  $P$  は次式で表される。

$$P = \frac{V^2}{R} \quad (1.12)$$

いま、電力が  $P_1$  から  $P_2$  に変化したとき、電圧が  $V_1$  から  $V_2$  に変化したとする。抵抗値  $R$  は一定とすると、 $P_1, P_2$  は次式で表される。

$$P_1 = \frac{V_1^2}{R} \quad (1.13)$$

$$P_2 = \frac{V_2^2}{R} \quad (1.14)$$

電力比をデシベルで表すと次式になる。

$$10 \log_{10} \frac{P_2}{P_1} = 10 \log_{10} \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^2 = 20 \log_{10} \frac{V_2}{V_1} \quad (1.15)$$

式 (1.15) より、電圧比のデシベル表記を電力比のデシベル表記に一致させるため、電圧比のデシベル表記では、係数が 20 になる。

# 索引

<p><b>【あ】</b></p> <p>誤り検出 26</p> <p>誤り訂正 26</p> <p>誤り訂正符号 10</p> <p>誤り率 13</p> <p>アーラン 96</p> <p>アーラン B 式 99</p> <p>アーラン C 式 103</p> <p><b>【い】</b></p> <p>一意復号可能な符号 21</p> <p>位置登録 87</p> <p>インパルス関数 40</p> <p><b>【え】</b></p> <p>衛星通信システム 92</p> <p>エネルギースペクトル密度 41</p> <p><b>【お】</b></p> <p>オイラーの公式 9</p> <p><b>【か】</b></p> <p>確率分布関数 18</p> <p>確率変数 14</p> <p>確率密度関数 14</p> <p>隠れ端末問題 81</p> <p>ガードインターバル 73</p> <p>加法定理 9</p> <p><b>【き】</b></p> <p>基本周波数 35</p> <p>逆行列 10</p> <p>共役複素数 8</p> <p>行列 9</p> <p>虚数単位 8</p> <p>距離減衰指数 88</p> <p><b>【く】</b></p> <p>グレイ符号 57</p>	<p><b>【け】</b></p> <p>携帯電話 1</p> <p>携帯電話システム 84</p> <p>検査符号 10</p> <p>検波 64</p> <p><b>【こ】</b></p> <p>呼 95</p> <p>拘束長 26</p> <p>硬判定ビタビ復号 30</p> <p>誤差補関数 63</p> <p>呼損 14, 95</p> <p>呼損率 14, 95</p> <p>語頭 23</p> <p>孤立矩形パルス 39</p> <p>呼量 96</p> <p><b>【さ】</b></p> <p>最短符号 23</p> <p>差動符号化 65</p> <p>さらし端末問題 81</p> <p><b>【し】</b></p> <p>時間シフト 44</p> <p>指数 4</p> <p>指数分布 97</p> <p>時分割多重アクセス 67</p> <p>シャドウイング 88</p> <p>周波数 3</p> <p>周波数繰り返しエリア 85</p> <p>周波数繰り返し数 85</p> <p>周波数シフト 44</p> <p>周波数スペクトル密度 39</p> <p>周波数選択性フェージング 71</p> <p>周波数分割多重アクセス 67</p> <p>周波数ホッピング 69</p> <p>終了係数 97</p> <p>終了率 97</p> <p>縮尺性 43</p> <p>シュワルツの不等式 60</p> <p>循環シフト 77</p>	<p>瞬時値変動 88</p> <p>瞬時復号可能な符号 21</p> <p>状態遷移図 26</p> <p>状態遷移表 26</p> <p>情報源符号化 2, 20</p> <p>信号電力対雑音電力比 4</p> <p>振幅 3</p> <p>シンボル 13</p> <p>シンボル誤り率 13</p> <p><b>【す】</b></p> <p>スループット 14</p> <p>スロットテッド・アロハ方式 77, 80</p> <p><b>【せ】</b></p> <p>生起係数 96</p> <p>正規分布 62</p> <p>生起率 96</p> <p>整合フィルタ 60</p> <p>静止軌道 92</p> <p>生成行列 11</p> <p>正則な符号 21</p> <p>正方向列 10</p> <p>セル 84</p> <p>セル半径 85</p> <p>線形システム 47</p> <p><b>【そ】</b></p> <p>相関検出器 70</p> <p>双対性 43</p> <p>即時系 95, 96, 101</p> <p>ゾーン 84</p> <p><b>【た】</b></p> <p>待時系 95, 101</p> <p>対数 4</p> <p>対数正規分布 87</p> <p>多重アクセス 67</p> <p>多重伝送 67</p> <p>畳込み 45</p> <p>畳込み積分 45</p> <p>畳込み符号 26</p>
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

多値変調方式	13
単位行列	10
短区間中央値変動	88
<b>【ち】</b>	
遅延検波	64
中心極限定理	89
長区間中央値変動	87
直接拡散	69
直接拡散 CDMA	69
直交拡散符号	69
直交関数系	7
直交周波数分割多重	73
直交振幅変調	57
<b>【つ】</b>	
通信システム	1
通信トラヒック	95
通信路符号化	2, 26
<b>【て】</b>	
抵抗値	5
デシベル	3, 4
デルタ関数	40
電圧	5
伝達関数	47
電力	5
<b>【と】</b>	
等価低域表現	54
同期検波	64
等長符号	22
特異な符号	21
トラヒック解析	95
トラヒック密度	96
トラヒック量	96
トレリス図	28

<b>【な】</b>	
軟判定ビタビ復号	30
<b>【ね】</b>	
ネイピア数	9
<b>【は】</b>	
排他的論理和	11
パケット	13
パケット誤り率	13
パスマトリック	29
波長	3
ハフマン符号	23
ハミング距離	29
ハミング符号	10
搬送波帯域伝送	54
ハンドオーバ	87
<b>【ひ】</b>	
ビタビ復号	28
ビット	13
ビット誤り率	13
ビュア・アロハ方式	77
標本化	16
<b>【ふ】</b>	
フィルタ	47
フェージング	71
復号	20
複素数	8
符号化率	26
符号の木	22
符号分割多重アクセス	67
ブランチメトリック	29
フーリエ級数	33
フーリエ級数展開	34
フーリエ係数	34

フーリエ変換	6, 38
ブロック符号	20
分散	18
<b>【へ】</b>	
平均	18
平均符号長	20
ベースバンド伝送	52
偏角	8
変調多値数	55
<b>【ほ】</b>	
ポアソン分布	79
保留	96
保留時間	96
<b>【ま】</b>	
マクロリン展開	78
マンチェスタ符号	52
<b>【む】</b>	
無線 LAN	69, 77
<b>【ら】</b>	
ランダムアクセス方式	77
<b>【り】</b>	
離散的な確率変数	14
離散フーリエ逆変換	76
離散フーリエ変換	75
理想帯域通過フィルタ	50
理想低域通過フィルタ	49
量子化	16
<b>【れ】</b>	
レイリー分布	88
劣化率	14
連続的な確率変数	15

<b>【A】</b>	
AMI 符号	52
ARQ	26
ASK	54
<b>【B】</b>	
BPSK	56
<b>【C】</b>	
CDMA	67
CSMA/CA	81

<b>【D】</b>	
DS	69
DS-CDMA	69
<b>【E】</b>	
erl	96
<b>【F】</b>	
FDMA	67
FEC	26
FH	69

FSK	54
<b>【G】</b>	
GPS	92
<b>【M】</b>	
MIMO	11
<b>【N】</b>	
NRZ 符号	52

	<b>【O】</b>	QPSK		56	1 次変調	69
OFDM		73	<b>【R】</b>		2ASK	55
On Off 符号		52	RAKE 受信機	72	2FSK	55, 56
	<b>【P】</b>		RZ 符号	52	2 次変調	69
PCM		68			4WH-CSMA/CA	82
PSK		54	<b>【T】</b>	67	8PSK	57
	<b>【Q】</b>		<b>【数字】</b>		<b>【その他】</b>	
QAM		57	16QAM	57	(7, 4) ハミング符号	10

—— 著者略歴 ——

1986年 東北大学理学部物理学科卒業  
1988年 東北大学大学院理学研究科博士前期課程修了（物理学専攻）  
1988年 日本電信電話株式会社勤務  
2001年 博士（工学）（東北大学）  
2001年 東北大学大学院助教授  
2007年 東北大学大学院准教授  
2009年 東北工業大学教授  
現在に至る

デジタル通信システム工学講義ノート

Notebook of Digital Communication Systems Engineering

© Eisuke Kudoh 2023

2023年4月25日 初版第1刷発行



検印省略

著者 工藤 栄亮  
発行者 株式会社 コロナ社  
代表者 牛来 真也  
印刷所 新日本印刷株式会社  
製本所 有限会社 愛千製本所

112-0011 東京都文京区千石 4-46-10

発行所 株式会社 コロナ社

CORONA PUBLISHING CO., LTD.

Tokyo Japan

振替00140-8-14844・電話(03)3941-3131(代)

ホームページ <https://www.coronasha.co.jp>

ISBN 978-4-339-02935-2 C3055 Printed in Japan

(西村)



＜出版者著作権管理機構 委託出版物＞

本書の無断複製は著作権法上での例外を除き禁じられています。複製される場合は、そのつど事前に、出版者著作権管理機構（電話 03-5244-5088, FAX 03-5244-5089, e-mail: info@jcopy.or.jp）の許諾を得てください。

本書のコピー、スキャン、デジタル化等の無断複製・転載は著作権法上での例外を除き禁じられています。購入者以外の第三者による本書の電子データ化及び電子書籍化は、いかなる場合も認めていません。落丁・乱丁はお取替えいたします。